621.01
Т-338



Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

Учебное пособие

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МЕХАНИКА МАШИН

Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана

621.01
Т-338

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МЕХАНИКА МАШИН

Под редакцией *Г.А. Тимофеева*

Рекомендовано редсоветом МГТУ имени Н.Э. Баумана в качестве учебного пособия

НТБ МГТУ им.Н.Э.Баумана
1612069
Теория механизмов и механ

Москва
Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана
2002

МГТУ
имени Н. Э. БАУМАНА
БИБЛИОТЕКА

УДК 531.8(075.8)
ББК 34.41
Т33

Рецензенты: *А.В. Пуш, О.П. Феоктистова*

Т33 **Теория механизмов и механика машин:** Учеб. пособие / Г.А. Тимофеев, С.А. Попов, В.А. Никоноров и др.; Под ред. Г.А. Тимофеева. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. — 96 с., ил.

ISBN 5-7038-1977-6

Пособие содержит общие указания, два примера выполнения домашнего задания, методические рекомендации по использованию ПЭВМ для кинематического исследования и исходные данные к заданиям.

Предназначено в помощь студентам при выполнении домашних заданий.

Ил. 3. Табл. 2. Библиогр. 3 назв.

УДК 531.8(075.8)
ББК 34.41

Геннадий Алексеевич Тимофеев, Сергей Александрович Попов, Василий Александрович Никоноров, Николай Владимирович Умнов, Игорь Владимирович Леонов, Людмила Александровна Черная, Марина Валерьевна Самойлова, Ольга Олеговна Барышникова

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МЕХАНИКА МАШИН

Редактор *Е.К. Кошелева*
Корректор *О.В. Калашникова*

Изд. лиц. № 020523 от 25.04.97.
Подписано в печать 29.01.02. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.
Печ. л. 6,0. Усл. печ. л. 5,58. Уч.-изд. л. 5,38. Тираж 300 экз.
Изд. № 147. Заказ .

Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана.
107005, Москва, 2-я Бауманская, 5.

ISBN 5-7038-1977-6

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ

При изучении теории механизмов и механики машин предусмотрено выполнение двух домашних заданий. Первое посвящается структурному и кинематическому исследованию рычажного механизма, второе — силовому расчету этого же механизма. Задания выполняют графоаналитически и с использованием стандартных программ на ПЭВМ.

Исходными данными первого задания (см. разд. IV) *являются*: кинематическая схема механизма, а также скорость и ускорение одного из звеньев для мгновенного его положения, определяемого конкретным углом φ_1. Числовые значения длин звеньев и заданных кинематических параметров даны в таблицах исходных данных к заданиям.

Требуется: определить число степеней свободы механизма и число избыточных связей в нем; провести его структурный анализ по Л.В. Ассуру и устранить избыточные связи; выполнить кинематическое исследование его, определив линейные скорости и ускорения точек звеньев, угловые скорости и ускорения звеньев, передаточные функции скоростей точек и звеньев.

Кинематическое исследование заданного рычажного механизма рекомендуется выполнить графически — методом планов скоростей и ускорений. Этот метод прост, нагляден и дает возможность быстрого контроля расчетов, выполненных на ПЭВМ, и поэтому широко распространен в инженерной практике. Он базируется на графическом решении векторных уравнений, связывающих скорости и ускорения отдельных точек механизма. Эти уравнения составляют на основе теорем о плоском движении тела и сложном движении точки.

Порядок выполнения первого задания.

1. Строят схему механизма по заданным размерам методом засечек в положении, определяемом углом φ_1 начального звена, в масштабе. Значение масштаба рассчитывают по формуле

$$\text{Масштаб} = \frac{\text{Отрезок чертежа (в миллиметрах)}}{\text{Физическая величина}}.$$

Масштаб длин $\mu_l = AB/l_{AB}$ (в миллиметрах на метр); масштаб плана скоростей μ_v (в миллиметрах на метр-секунду в минус первой степени), масштаб плана ускорений μ_a (в миллиметрах на метр-секунду в минус второй степени).

Длину отрезка (в миллиметрах), изображающую на схеме начальное звено, выбирают произвольно. Но целесообразно брать ее кратной реальной длине звена. Размеры остальных звеньев находят с учетом выбранного масштаба длин. Последовательность построения схемы механизма дана в разд. I и II.

2. Определяют число степеней свободы механизма. Если оси всех кинематических пар строгим образом сориентированы друг относительно друга, то рассматриваемый механизм является плоским. Для определения числа степеней свободы механизма применяют формулу П.Л. Чебышева:

$$W = 3(k-1) - 2p_H - 1p_B = 3n - 2p_1 - 1p_2,$$

где k — число всех звеньев, включая стойку; n — число подвижных звеньев; $p_H = p_1$ — число низших одноподвижных (вращательных и поступательных) кинематических пар; $p_B = p_2$ — число высших двухподвижных кинематических пар (в рычажных механизмах их нет).

Полученное число степеней свободы механизма соответствует числу начальных звеньев с заданными кинематическими параметрами, так как только в этом случае остальные звенья будут двигаться вполне определенным образом относительно стойки.

Если же на расположение осей кинематических пар не наложены ограничения, то механизм является пространственным, и в таком механизме появляются избыточные связи. Число избыточных связей в механизме находят по формуле А.П. Малышева:

$$q = W - 6n + 5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + 1p_5,$$

где p_3, p_4, p_5 — число трех-, черырех-, пятиподвижных кинематических пар.

При изучении характера движения звеньев и вида кинематических пар особое внимание следует обратить на сложное движение: относительное поступательное сочетается с переносным вращательным.

3. Проводят структурный анализ плоского механизма по Л.В. Ассуру, согласно теории которого любой плоский механизм с $W = 1$ состоит из первичного механизма **(начальное звено и стойка, соединенные вращательной или поступательной кинематической парой)** с заданным законом движения начального звена и одной или нескольких структурных групп **(незамкнутая кинематическая цепь, которая при замыкании со стойкой обращается в неподвижную систему и у которой $W = 0$).** В заданиях (см. разд. IV) встречаются, как правило, двухповодковые группы, состоящие из двух звеньев и трех кинематических пар.

Структурный анализ начинают с установления первичного механизма, закон движения которого задан. Затем выделяют ту структурную группу, которая была присоединена к механизму последней, и далее — оставшуюся структурную группу, примыкающую к первичному механизму (для механизмов, имеющих по две структурные группы). Механизм расчленяют на структурные группы так, чтобы после удаления из него очередной группы не нарушался закон движения оставшихся звеньев механизма и число его степеней свободы оставалось прежним.

Структурный анализ пространственного механизма проводят в той же последовательности, что и структурный анализ плоского механизма. Рассматривая пространственный механизм, для каждой структурной группы по формуле А.П. Малышева находят число избыточных связей, устраняют их увеличением подвижностей кинематических пар и составляют схему самоустанавливающегося механизма.

4. Строят планы линейных скоростей и ускорений точек звеньев и определяют угловые скорости ω и ускорения ε звеньев.

Построение планов скоростей начинают с входного звена, закон движения которого задан. Определяют скорость точки этого звена; составляют векторное уравнение, связывающее эту скорость со скоростями точек смежного звена, и устанавливают, какие векторы известны по величине, какие и по величине, и по направлению или какие только по направлению. Рекомендуется векторы,

известные по величине и направлению, подчеркивать двумя чертами, а известные только по величине или только по направлению — одной чертой. Отмечают буквами направления векторов. Если в векторном уравнении только два неизвестных, то оно решается, и его графическим решением будет план скоростей. Стрелки векторов на плане проставляют в строгом соответствии с записанным уравнением, соблюдая правило векторного суммирования; при этом относительные скорости проходят вне полюса, а начала векторов абсолютных скоростей всегда пересекаются в полюсе. Из построенного плана находят отрезки, пропорциональные скоростям точек, и, зная масштаб μ_v, определяют значения скоростей, а их направления известны из плана.

Абсолютную скорость третьей точки звена, не лежащей на одной прямой с двумя другими его точками, скорости которых известны, определяют методом подобия. Для этого на плане скоростей на отрезке известной относительной скорости строят треугольник, подобный тому, который имеется на схеме механизма, соблюдая одинаковое направление прочтения в вершинах треугольника на плане скоростей и схеме механизма. Стороны подобных треугольников взаимно перпендикулярны. В результате построения получается треугольник, составленный концами векторов относительных скоростей. Соединяя построенную вершину треугольника с полюсом, находят отрезок искомой абсолютной скорости.

Если известны абсолютные скорости двух точек какого-либо звена, то скорость любой третьей точки того же звена, лежащей с ними на одной прямой, находят пропорциональным делением (например, точка S_2). Метод пропорционального деления является частным случаем метода подобия. На плане скоростей отрезок относительной скорости делят искомой точкой в том же соотношении, в котором соответствующая точка делит реальное звено на схеме механизма. Длину искомого отрезка определяют из пропорции (отношение длин на звене механизма равно отношению отрезков на плане скоростей). Соединяя полученную точку с полюсом, находят отрезок искомой абсолютной скорости.

Если два звена образуют поступательную кинематическую пару, то для определения абсолютной скорости точки одного из этих звеньев, геометрически совпадающей в данный момент

с точкой другого звена (скорость которой известна), **используют векторное уравнение сложного движения**. Абсолютная скорость искомой точки складывается из переносной и относительной составляющих; вектор переносной скорости обычно известен.

Зная линейные скорости точек, определяют угловые скорости звеньев по величине и направлению.

План ускорений строят на основе векторных уравнений в той же последовательности, что и план скоростей. Каждый из векторов представляют нормальной a^n и касательной a^τ составляющими. При этом нормальное ускорение известно по величине (так как план скоростей построен) и направлению (к центру относительного вращения), а касательное — перпендикулярно ему и не известно по величине. В этих уравнениях также дважды подчеркивают снизу векторы, известные по величине и направлению. Например, для вектора $\bar{a}^n_{CB}$, направленного от точки C к точке B (центр относительного вращения), внизу пишут: $C \to B$.

На плане ускорений начало вектора абсолютного ускорения всегда находится в полюсе, а вектор относительного ускорения проходит вне полюса.

Метод подобия (как и частный его случай — метод пропорционального деления) применяют только для полных относительных ускорений. При этом подобную фигуру следует строить на плане по трем сторонам, величина одной из которых известна, а две другие определяют из соответствующих пропорций, соблюдая одинаковое направление обхода при чтении букв по вершинам фигуры, составленной из полных относительных ускорений плана, и фигуры на звене механизма.

Полное ускорение точки, совершающей сложное движение, состоит из переносного, относительного и кориолисового ускорений. Последнее обусловлено тем, что звенья, имеющие линейную относительную скорость $v_{отн}$, совершают вращательное движение с угловой скоростью $\omega_{пер}$ вокруг мгновенного центра вращения. Для плоского механизма $a^K = 2\omega_{пер} v_{отн}$, так как в этом случае $\sin\left(\bar{\omega}_{пер} \hat{} \bar{v}_{отн}\right) = 1$. Направление находят по правилу Жуковского поворотом вектора $\bar{v}_{отн}$ на 90° в направлении угловой скорости $\omega_{пер}$.

Определив из плана касательные ускорения, подсчитывают значения угловых ускорений ε звеньев и определяют их направления.

Кинематические передаточные функции скоростей точек и звеньев механизма (первая производная от функции положения по φ_1) являются характеристиками только геометрии самого механизма и не зависят от закона движения начального звена. Это позволяет использовать их для оценки кинематических возможностей механизма при изучении его динамики. Значения передаточных функций скоростей могут быть определены через отрезки плана скоростей и длины звеньев. Например:

$$v_{qH} = v_H / \omega_1 = (v_H / v_B) \cdot l_{AB} = l_{AB}\, ph / pb$$

или

$$\omega_{q3} = u_{31} = \omega_3 / \omega_1 = l_{AB} / l_{CD} \cdot v_{CD} / v_B = l_{AB} / l_{CD} \cdot pc / pb,$$

где u_{31} — передаточное отношение (передаточная функция угловой скорости).

Исходными данными второго задания (см. разд. IV) *являются*: кинематическая схема механизма (та же, что и в первом задании), линейные ускорения центров масс звеньев и угловые ускорения звеньев; массы звеньев и их моменты инерции относительно осей, проходящих через центры масс, внешние силы. Числовые значения этих параметров приведены в исходных данных к заданиям, а ускорения определены при выполнении первого задания.

Требуется определить: реакции (силы) в кинематических парах (без учета трения) и неизвестный внешний силовой фактор (момент или силу).

Эти силы необходимо знать для выполнения расчетов на прочность, жесткость, виброустойчивость, а также для оценки необходимой мощности двигателя.

Порядок выполнения второго задания.

1. Определяют силы на основе метода кинетостатики, согласно которому к действующим на звено (группу звеньев или механизм) реальным силам и моментам добавляются расчетные (главный вектор сил инерции Φ_i и главный момент сил инерции $M_{\Phi i}$), и рассматривают мгновенное условное равновесие сил. При этом

составляют векторное уравнение сил и уравнение моментов и находят искомые величины. По векторному уравнению сил в масштабе μ_F (в миллиметрах на ньютон) строят план сил, который избавляет от необходимости брать проекции сил на координатные оси и составлять два уравнения проекций сил на оси. Метод планов сил значительно ускоряет решение и позволяет быстро оценивать результаты, получаемые с помощью ЭВМ. Этот метод широко распространен в инженерной практике.

2. Силовой расчет начинают с той структурной группы, которая была присоединена к механизму последней (как правило, к одному из ее звеньев приложены известные внешние силы или внешние моменты). Для каждой двухзвенной структурной группы составляют два векторных уравнения сил, строят планы сил и записывают два алгебраических уравнения моментов и определяют искомые силы. Проводят силовой расчет отдельных звеньев, входящих в данную структурную группу. Используя найденные значения сил, переходят к следующей группе. В последнюю очередь определяют неизвестный силовой фактор. В уравнениях сил также следует отмечать двумя чертами внизу силы, известные и по величине, и по направлению, одной чертой — силы, известные только по величине или только по направлению.

Силовой расчет двухповодковых структурных групп рекомендуется выполнять в такой последовательности:

а) если структурная группа состоит из двух звеньев, соединенных вращательной кинематической парой и имеющих свободные элементы двух поступательных кинематических пар (например, группа из звеньев *4* и *5* в исходных данных к заданиям 3, 5 или группа из звеньев *4* и *5* в задании 26, см. разд. IV), то силы в поступательных кинематических парах определяют из векторного уравнения сил для структурной группы, а точки приложения этих сил — из уравнения моментов относительно оси общего шарнира для каждого из звеньев;

б) если структурная группа состоит из двух звеньев, соединенных вращательной кинематической парой и имеющих свободные элементы двух вращательных кинематических пар (например, группа из звеньев *2* и *3* в исходных данных к заданиям *7* и *8*, см. разд. IV), то внешние неизвестные силы во вращательных кинематических парах представляют в виде двух составляю-

щих: нормальной (вдоль звена) и касательной (перпендикулярно звену). Касательные составляющие находят из уравнений моментов сил для каждого из звеньев относительно оси центрального (общего) шарнира, а нормальные составляющие — из векторного уравнения сил для каждой структурной группы;

в) если структурная группа состоит из двух звеньев, соединенных вращательной кинематической парой, и одно из них имеет свободный элемент поступательной кинематической пары, а другое — свободный элемент вращательной кинематической пары (например, группа из звеньев *4* и *5* в исходных данных к заданию 15, см. разд. IV), то силу во внешней вращательной кинематической паре представляют в виде двух составляющих: нормальной (вдоль звена) и касательной (перпендикулярно звену). Касательную составляющую находят из уравнения моментов сил для этого звена относительно оси центрального (общего) шарнира, а нормальную составляющую и силу в поступательной кинематической паре — из векторного уравнения сил для всей структурной группы. При силовом расчете рассмотренных структурных групп силу в центральном шарнире определяют из векторного уравнения сил для отдельного звена;

г) если структурная группа состоит из двух звеньев, соединенных поступательной кинематической парой и имеющих свободные элементы вращательных кинематических пар (например, группа из звеньев *2* и *3* в исходных данных к заданию 11, см. разд. IV), то внешнюю силу в шарнире одного из звеньев (например, в шарнире *B*), направленную (если масса звена мала) перпендикулярно другому звену группы, определяют из уравнений моментов сил для структурной группы относительно оси (точка *C*) второго шарнира. Силу во втором шарнире, не известную ни по величине, ни по направлению, находят из векторного уравнения сил для структурной группы, а силу в поступательной кинематической паре — из векторного уравнения сил для любого из звеньев.

Векторные уравнения для определения скоростей, ускорений, сил записывают на основных листах, а результаты вычислений заносят в таблицы (см. рисунки и таблицы в разд. I и II). Все пояснения к построениям и расчеты выполняют в расчетно-пояснительной записке.

Для расчета на ЭВМ рекомендуется использовать один из диалоговых программных комплексов (DIADA, САРЦМ, БЛОМСАР). Ввод исходных данных в каждом из них осуществляется в диалоге. ЭВМ рассчитывает кинематические передаточные функции элементов механизма для ряда его последовательных положений, траекторий точек, связанных со звеньями, определяет реакции в кинематических парах.

I. ШЕСТИЗВЕННЫЙ РЫЧАЖНЫЙ МЕХАНИЗМ

Задание № 1. Структурное и кинематическое исследование механизма

Дано: схема механизма (рис. 1.1, *а*); угловая координата звена *1* $\varphi_1 = 30°$; размеры звеньев: $l_{AB} = 0{,}1$ м; $l_{BC} = 0{,}3$ м; $l_{CD} = 0{,}15$ м; $l_{BS2} = 0{,}2$ м; взаимное расположение кинематических пар со стойкой: $a_1 = 0{,}07$ м; $b_1 = 0{,}35$ м; $c_1 = 0{,}27$ м; скорость и ускорение начального звена: $\omega_1 = 20$ рад·с$^{-1}$; $\varepsilon_1 = 80$ рад·с$^{-2}$.

Требуется: определить число степеней свободы W механизма и число избыточных связей q; провести структурный анализ механизма и устранить избыточные связи в структурных группах; определить линейные скорости и ускорения отмеченных точек и угловые скорости и ускорения звеньев механизма (v_B, v_C, v_{S2}, v_H, ω_2, ω_3, a_B, a_C, a_{S2}, a_H, ε_2, ε_3); используя план скоростей, составить соотношения для нахождения передаточных функций скоростей точек и звеньев механизма (v_{qC}, v_{qS2}, u_{21}, u_{31}).

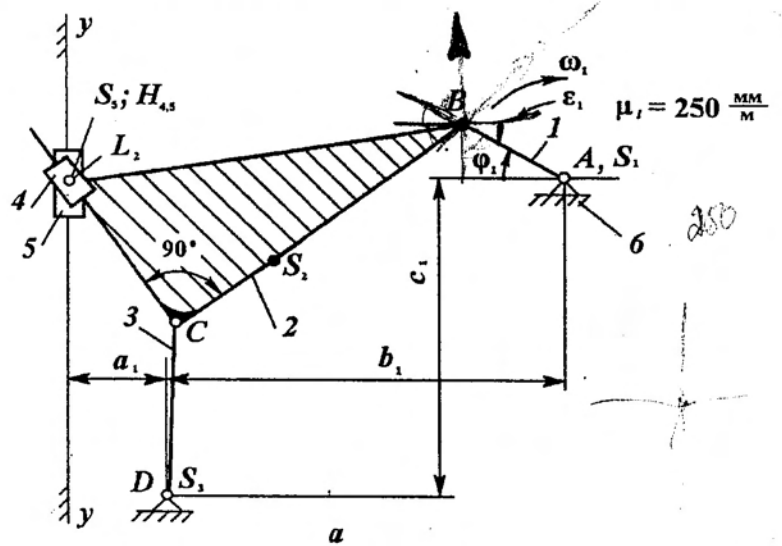
Все исходные данные и подлежащие определению параметры следует указать на чертеже (см. рис. 1.1).

Решение:

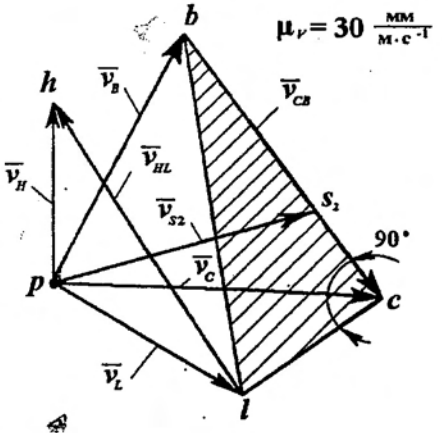
1. Схему механизма строят в масштабе $\mu_l = AB/l_{AB} = 25/0{,}1 = 250$ мм/м. Здесь $AB = 25$ мм — произвольно выбранный отрезок, изображающий звено *1* схемы. С учетом выбранного масштаба размеры остальных звеньев и вспомогательных величин на схеме будут равны: $BC = l_{BC} \cdot \mu_l = 0{,}3 \cdot 250 = 75$ мм; $BS_2 = l_{BS2} \cdot \mu_l = 0{,}2 \cdot 250 = 55$ мм; $DC = l_{DC} \cdot \mu_l = 0{,}15 \cdot 250 = 37{,}5$ мм; $a_1 = 0{,}07 \cdot 250 = 17{,}5$ мм; $b_1 = 0{,}35 \cdot 250 = 87{,}5$ мм; $c_1 = 0{,}27 \cdot 250 = 67{,}5$ мм.

Дано: $\varphi_1 = 30°$; $l_{AB} = 0{,}1$ м; $l_{BC} = 0{,}3$ м; $l_{CD} = 0{,}15$ м; $l_{BS2} = 0{,}2$ м; $a_1 = 0{,}07$ м; $b_1 = 0{,}35$ м; $c_1 = 0{,}27$ м; $\omega_1 = 20$ рад·с$^{-1}$; $\hat{\varepsilon}_1 = 80$ рад·с$^{-2}$.

Определить: v_B, v_C, v_{S2}, v_H, ω_2, ω_3, a_B, a_C, a_{S2}, a_H, ε_2, ε_3.



а

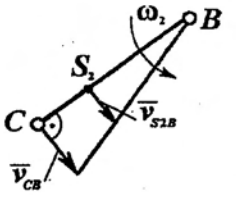


б

$v_B = \omega_1 \cdot l_{AB}$, м/с

$\overline{v_C}_{\perp CD} = \overline{v_B}_{\perp AB} + \overline{v_{CB}}_{\perp CB}$

$\overline{v_H}_{\parallel yy} = \overline{v_L}_{\text{из плана}} + \overline{v_{HL}}_{\parallel CL}$



в

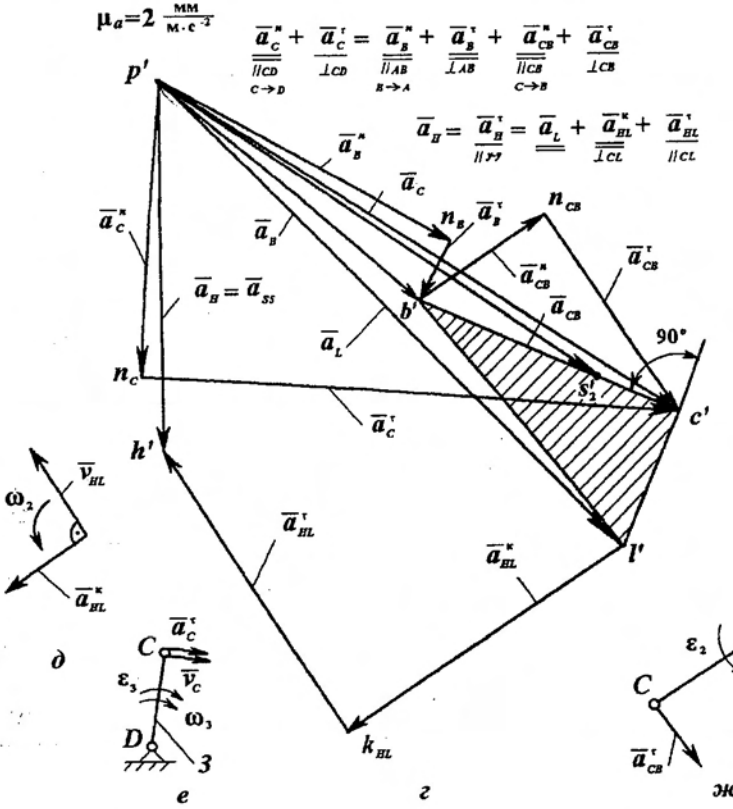
Рис. 1.1 (начало)

$\overline{a_B} = \overline{a_B^n} + \overline{a_B^\tau}$

$\mu_a = 2 \frac{\text{мм}}{\text{м}\cdot\text{с}^{-2}}$

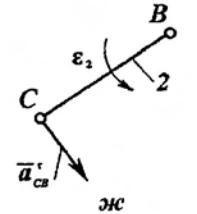
$\overline{a_C^n}_{\parallel CD,\ C\to D} + \overline{a_C^\tau}_{\perp CD} = \overline{a_B^n}_{\parallel AB,\ B\to A} + \overline{a_B^\tau}_{\perp AB} + \overline{a_{CB}^n}_{\parallel CB,\ C\to B} + \overline{a_{CB}^\tau}_{\perp CB}$

$\overline{a_H} = \overline{a_B^\tau}_{\parallel yy} = \overline{a_L} + \overline{a_{HL}^n}_{\perp CL} + \overline{a_{HL}^\tau}_{\parallel CL}$



г

д, *е*



ж

Таблица 1.1

v_B	v_C	v_{s2}	v_H	$\hat{\omega}_2$	$\hat{\omega}_3$	a_B	a_C	a_{S2}	a_H	$\hat{\varepsilon}_2$	$\hat{\varepsilon}_3$	a_{s2}
2,0	2,34	1,96	1,38	7,75	15,5	40,5	74,5	63,2	45,0	100	435	45,0

Кинематическое исследование механизма				
Выполнил	*Иванов*		*МГТУ им. Н.Э. Баумана*	*Задание № 16*
Принял	*Петров*			*Вариант Б*

Рис. 1.1 (окончание)

Выбрав положение точки A (см. рис. 1.1, *а*), откладывают от горизонтальной оси заданный угол φ_1 и строят отрезок $AB = 25$ мм. По отрезкам *a, b, c* определяют положение точки D и вертикальной направляющей *y–y*. Методом засечек находят положение точки C. В точке C под углом 90° к BC проводят прямую CL до пересечения с направляющей *y–y* и определяют положение точки L_2 звена *2*, совпадающей только в данный момент с точкой $H_{4,5}$ звеньев *4* и *5*. Следует обратить внимание на то, что траектории точек L и H различны и в следующий момент времени точки L и H уже не будут совпадать.

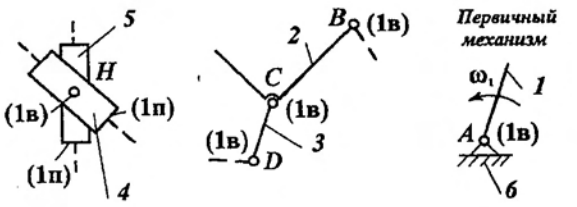
2. Определение числа степеней свободы механизма начинают с рассмотрения характера движения каждого звена. В этом механизме имеется шесть звеньев, пять из которых подвижны. Звено *1* (кривошип) совершает вращательное движение относительно стойки; звено *2* (шатун) не связано со стойкой и совершает плоское движение. Звено *3* (коромысло) совершает возвратно-вращательное движение относительно стойки. Звено *4* не связано со стойкой и совершает плоское движение, состоящее из относительного движения по стержню CL звена *2* и переносного движения вместе со стержнем CL. Звено *5* (ползун) перемещается возвратно-поступательно относительно неподвижной направляющей *y–y*. Звенья *4* и *5*, шарнирно соединенные в точке H, могут совершать друг относительно друга возвратно-вращательное движение. Точка H, лежащая на оси шарнира, одновременно принадлежит звеньям *4* и *5* ($H_{4,5}$) и в данный момент времени с ней совпадает точка L звена *2*.

В механизме имеется семь одноподвижных кинематических пар $p_1 = 7$: пять из них вращательные (шарниры *A, B, C, D, H*) и две поступательные (соединение звеньев *4, 2* и *5, 6*). Число степеней свободы плоского механизма определяют по формуле Чебышева: $W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$.

Таким образом, для кинематического исследования механизма достаточно знать закон движения только одного звена (например, ω_1, ε_1, для звена *1*).

Если рассматривать пространственный механизм, то необходимо определить число избыточных связей в механизме по формуле Л.Н. Решетова: $q = 1 - 6 \cdot 5 + 5 \cdot 7 = 6$.

Двухповодковые структурные группы



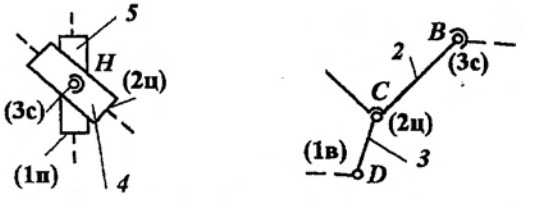
а

По формуле П.Л. Чебышева

$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$, $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$, $W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$

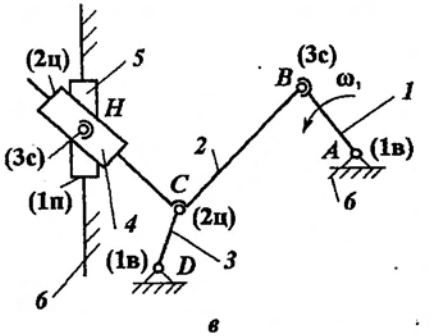
По формуле А.П. Малышева

$q = 0 - 6 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 3$, $q = 0 - 6 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 3$, $q = 1 - 6 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 0$



б

$q = 0 - 6 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 0$; $q = 0 - 6 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 0$



в

$q = W - 6 \cdot n + 5p_1 + 4p_2 + 3p_3 = 1 - 6 \cdot 5 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 0$

Рис. 1.2

3. Структурный анализ механизма по Л.В. Ассуру (рис. 1.2, *а*) начинают с уточнения того, сколько в нем первичных механизмов и какие звенья входят в их состав. Так как число степеней свободы рассматриваемого механизма $W = 1$, в нем только один первичный механизм, состоящий из начального звена *1* (ω_1 и ε_1 которого заданы) и стойки *6*, образующих вращательную пару *A*.

Сначала выделяют двухповодковую структурную группу (см. рис. 1.2, *а*), состоящую из двух звеньев (*4* и *5*) и трех одноподвижных кинематических пар: двух поступательных (1п) — звено *5* со стойкой и звенья *2* и *4* — и одной вращательной (1в) — соединение звеньев *4* и *5*. При удалении этой структурной группы (имеющей $W = 0$) оставшаяся часть механизма (звенья *3*, *2*, *1*) сохраняет $W = 1$. Вторая двухповодковая группа ($W = 0$) состоит из двух звеньев (*2* и *3*) и трех одноподвижных (1в) кинематических пар (*B*, *C* и *D*).

При исследовании пространственного механизма расчет избыточных связей по формуле Л.Н. Решетова дает для каждой структурной группы $q = 3$. Для устранения избыточных связей увеличивают подвижность кинематических пар. Например, в структурных группах без избыточных связей применяют двухподвижные цилиндрические (2ц) и трехподвижные сферические (3с) кинематические пары (рис. 1.2, *б*). При введении в структурные группы таких пар получают механизм без избыточных связей ($q = 0$, рис. 1.2, *в*), который называют **самоустанавливающимся**. При дальнейшем исследовании будем рассматривать плоский механизм.

4. Определение скоростей точек и звеньев выполняют методом планов (рис. 1.1, *б*). Начинают со скорости точки *B* начального звена *1*, значение которой $v_B = \omega_1 l_{AB} = 20 \cdot 0{,}1 = 2$ м/с. Вектор линейной скорости $\bar{v}_B$ перпендикулярен звену *1* и направлен в сторону его вращения. Такова же скорость в точке *B* и звена *2*. Для нахождения скорости точки *C* этого же звена составляют векторное уравнение плоского движения, связывающее скорости точек *B* и *C* одного и того же звена:

$$\underset{\perp CD}{\bar{v}_C} = \underset{\perp AB}{\bar{v}_B} + \underset{\perp BC}{\bar{v}_{CB}}; \qquad (1.1)$$

здесь вектор $\bar{v}_B$ известен полностью; вектор $\bar{v}_{CB}$, представляющий собой скорость точки *C* при относительном вращении вокруг полюса *B*, известен только по направлению ($\perp BC$). Вектор $\bar{v}_C$, представляющий собой абсолютную скорость точки *C*, направлен перпендикулярно *CD* (звену *3*).

Для построения плана скоростей из полюса *p* проводят прямую, перпендикулярную *AB* (по направлению скорости $\bar{v}_B$), и откладывают на ней отрезок $pb = 60$ мм, выбранный для удобства кратным скорости v_B. Тогда масштаб плана скоростей $\mu_v = pb / v_B = 60/2 = 30$ мм/м·с$^{-1}$. Через точку *b* плана проводят прямую, перпендикулярную стержню *BC*, а из полюса *p* — прямую, перпендикулярную *CD*, параллельную скорости v_C. Пересечение этих двух прямых в точке *C* определит отрезки *pc* и *bc*, пропорциональные скоростям $\bar{v}_C$ и $\bar{v}_{CB}$. Их значения: $v_C = pc / \mu_v = 70/30 = 2{,}34$ м/с, $v_{CB} = bc / \mu_v = 70/30 = 2{,}34$ м/с. Проставляя стрелки на построенном плане скоростей по уравнению (1.1), определяют направление скоростей $\bar{v}_C$ и $\bar{v}_{CB}$.

Скорость $\bar{v}_{S2}$ центра масс S_2 звена *2* находят способом пропорционального деления. Для этого отрезок *bc* на плане скоростей делят точкой S_2 в том же отношении, в котором точка S_2 делит звено *2* (отрезок *BC*) на схеме механизма (см. рис. 1.1, *а*). Отрезок $bs_2 = \frac{BS_2}{BC} bc = \frac{50}{75} \cdot 70 = 47{,}4$ мм откладывают от точки *b* на прямой *bc* и соединяют точку S_2 с полюсом *p* плана. Полученный отрезок pS_2 пропорционален абсолютной скорости точки S_2, следовательно, $v_{S2} = ps_2 / \mu_v = 59/30 = 1{,}96$ м/с.

Скорость третьей точки L_2 звена *2* находят методом подобия. В этом случае на векторе *bc* плана скоростей строят Δbcl подобный ΔBCL на схеме механизма (на рис. 1.1, *б* заштрихован). Из подобия треугольников следует $\frac{bc}{BC} = \frac{bl}{BL} = \frac{cl}{CL}$. Откуда $cl = bc \frac{CL}{BC}$ и $bl = bc \frac{BL}{BC}$; $cl = 70 \cdot \frac{38}{75} = 36$ мм, $bl = 70 \cdot \frac{84}{75} = 79$ мм.

По найденным отрезкам $cl = 36$ мм и $bl = 79$ мм строят Δbcl так, чтобы обход вершин Δbcl на плане и ΔBCL на схеме механиз-

МГТУ имени Н.Э. БАУМАНА БИБЛИОТЕКА

ма проходил в одинаковом направлении (скажем, по направлению движения часовой стрелки). Обход вершин ΔBCL на звене *2* по направлению движения часовой стрелки осуществляют от точки *B* к точке *C*, от точки *C* к точке *L*. Тот же порядок чередования вершин сохраняется и на плане скоростей: $b \to c \to l$. Соединяя точки *b* и *l*, получают Δbcl подобный ΔBCL. Полюс плана *p* соединяют с точкой *l* и получают отрезок $pl = 49$ мм. Тогда скорость $v_L = pl/\mu_v = 49/30 = 1{,}65$ м/с.

Скорость $\bar{v}_{S2}$ центра масс S_2 звена *2* находят способом пропорционального деления. Для этого отрезок *bc* на плане скоростей делят точкой S_2 в том же отношении, в котором точка S_2 делит звено *2* (отрезок *BC*) на схеме механизма (см. рис. 1.1, *а*). Отрезок $bs_2 = \frac{BS_2}{BC} bc = \frac{50}{75} \cdot 70 = 47{,}4$ мм откладывают от точки *b* на прямой *bc* и соединяют точку s_2 с *p*. Полученный отрезок ps_2 пропорционален абсолютной скорости точки S_2, следовательно, $v_{S2} = ps_2/\mu_v = 59/30 = 1{,}96$ м/с.

Для определения скорости $\bar{v}_H$ точки $H_{4,5}$, совпадающей с точкой L_2 звена *2*, записывают уравнение сложного движения точки *H*:

$$\bar{v}_H = \bar{v}_H^{\text{пер}} + \bar{v}_H^{\text{отн}}$$

или

$$\underset{\|y-y}{\bar{v}_H} = \underset{\text{из плана}}{\bar{v}_L} + \underset{\|CL}{\bar{v}_{HL}}. \qquad (1.2)$$

Это уравнение имеет только два неизвестных, поэтому, решая его графически, находят отрезки $ph = 41{,}5$ мм и $lh = 78$ мм. Значения скоростей: $v_H = ph/\mu_v = 41{,}5/30 = 1{,}38$ м/с; $v_{HL} = hl/\mu_V = 78/30 = 2{,}6$ м/с.

Угловые скорости звеньев *2* и *3* определяют по формулам $\omega_2 = v_{CB}/l_{BC} = 2{,}34/0{,}3 = 7{,}75$ рад·с$^{-1}$, $\omega_3 = v_C/l_{CD} = 2{,}34/0{,}15 = 15{,}5$ рад·с$^{-1}$.

Чтобы установить направление ω_2, мысленно прикладывают вектор v_{CB} в точке *C* звена *2* (рис. 1.1, *в*). Согласно рис. 1.1, *в*, относительное вращение звена *2* вокруг точки *B* происходит против направления движения часовой стрелки.

Чтобы установить направление ω_3, мысленно прикладывают вектор v_C в точке *C* и устанавливают, что звено *3* вращается вокруг неподвижной точки *D* по направлению движения часовой стрелки (см. рис. 1.1, *е*). Направления ω_2 и ω_3 отмечают круговыми стрелками в табл. 1.1 и на механизме.

5. Передаточные функции скоростей (аналоги скоростей) и передаточные отношения u_{21}, u_{31} определяют по данным планов скоростей v_{qC}, v_{qS2}, v_{qH} (в метрах) и известным размерам звеньев:

$$v_{qC} = \frac{v_C}{\omega_1} = l_{AB}\frac{v_C}{v_B} = l_{AB}\frac{pc}{pb};$$

$$v_{qS2} = \frac{v_{S2}}{\omega_1} = l_{AB}\frac{v_{S2}}{v_B} = l_{AB}\frac{ps_2}{pb};$$

$$v_{qH} = \frac{v_H}{\omega_1} = l_{AB}\frac{v_H}{v_B} = l_{AB}\frac{ph}{pb};$$

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{l_{AB}}{l_{BC}}\frac{v_{BC}}{v_B} = \frac{l_{AB}}{l_{BC}}\frac{bc}{pb};$$

$$u_{31} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{l_{AB}}{l_{CD}}\frac{v_C}{v_B} = \frac{l_{AB}}{l_{CD}}\frac{pc}{pb}.$$

6. Ускорения точек и звеньев определяют методом планов (рис. 1.1, *г*) в такой же последовательности, как и для скоростей. Ускорение точки *B* звена *1*

$$\bar{a}_B = \bar{a}_B^n + \bar{a}_B^\tau. \qquad (1.3)$$

Нормальное ускорение подсчитывают по формуле $a_B^n = v_B^2/l_{AB} = 2^2/0{,}1 = 40$ м/с^2, касательное — по формуле $a_B^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_A = 80 \cdot 0{,}1$ м/с^2. Уравнение для определения ускорения точки *C* звена *2* имеет вид

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}. \qquad (1.4)$$

Каждый вектор уравнения (1.4) представляют в виде нормальной и касательной составляющих:

$$\underset{C \to D}{\bar{a}_C^n} + \underset{\perp CD}{\bar{a}_C^\tau} = \underset{B \to A}{\bar{a}_B^n} + \underset{\perp AB}{\bar{a}_B^\tau} + \underset{C \to B}{\bar{a}_{CB}^n} + \underset{\perp BC}{\bar{a}_{CB}^\tau}. \qquad (1.4')$$

Для каждого вектора нормального ускорения отмечают конкретное направление по отношению к точкам звеньев механизма ($B \to A$ и т.д.).

Нормальные ускорения находят по формулам $a_C^n = v_C^2/l_{CD} =$ $= 2{,}34^2/0{,}15 = 36{,}2$ м/с^2; $a_{CB}^n = v_{CB}^2/l_{BC} = 2{,}34/0{,}3 = 18{,}1$ м/с^2. Выбрав отрезок $p'n_B = 80$ мм, вычисляют масштаб плана ускорений $\mu_a = p'n_B/a_B^n = 80/40 = 2$ мм/м·с$^{-2}$. Для построения плана ускорений (см. рис. 1.1, *г*) из полюса p' проводят прямую, параллельную звену *1* (AB), и на ней откладывают отрезок $p'n_B = a_B^n \cdot \mu_a = 40 \cdot 2 =$ $= 80$ мм, направление которого соответствует направлению вектора $\bar{a}_B^n$, т.е. от точки B к центру вращения (точке A). Из точки n_B откладывают перпендикулярно AB отрезок $n_Bb' = a_B^\tau \cdot \mu_a = 8 \cdot 2 =$ $= 16$ мм, учитывая направление ε_1. Соединив на плане точку p' с b', получают отрезок, пропорциональный полному ускорению точки B, $a_B = p'b'/\mu_a = 81/2 = 40{,}5$ м/с^2.

Из точки b' проводят прямую, параллельную стержню BC, и откладывают на ней отрезок нормального относительного ускорения $b'n_{CB} = a_{CB}^n \cdot \mu_a = 18{,}1 \cdot 2 = 36{,}2$ мм так, чтобы он был направлен от точки C к точке B механизма. Так как для вектора касательного относительного ускорения a_{CB}^τ известно только направление линии его действия ($a_{CB}^\tau \perp BC$), проводят прямую из точки n_{BC}, перпендикулярную стержню BC. Векторы левой части уравнения (1.4′) начинают строить из полюса p'. Сначала проводят прямую, параллельную звену *3* (стержню CD), и на ней откладывают отрезок $p'n_C = a_C^n \cdot \mu_a = 36{,}2 \cdot 2 = 72{,}4$ мм в направлении от точки C к центру вращения (точка D). Для нахождения вектора касательного ускорения a_C^τ из точки n_C проводят прямую, перпендикулярную стержню CD, до пересечения в точке C с прямой, проведенной из точки n_{BC} перпендикулярно стержню BC. Соединив точки p' и c', получают отрезок $p'c'$, пропорциональный полному ускорению точки C. Значение этого ускорения $a_C = p'c'/\mu_a = 149/2 = 74{,}5$ м/с^2. На построенном плане ускорений проставляют стрелки, показывающие, согласно уравнению (1.4′), направления ускорений a_{CB}^τ и a_C^τ, находят значения этих ускорений: $a_{CB}^\tau = n_{BC}c'/\mu_a = 60/2 = 30$ м/с^2, $a_C^\tau = n_Cc'/\mu_a = 131/2 = 65{,}5$ м/с^2.

Соединив точки b' и c' на плане, получают отрезок $b'c'$, пропорциональный a_{CB} — полному относительному ускорению. Тогда $a_{CB} = b'c'/\mu_a = 70/2 = 35$ м/с^2.

Ускорение a_L точки L_2 звена *2* определяют, как и ее скорость, методом подобия. Для этого на отрезке $b'c'$ плана ускорений строят $\Delta b'c'l'$ (заштрихован на рис. 1.1, *г*), подобный ΔBCL на звене *2*. Так как $\angle BCL = 90°$, на плане проводят через точку c' прямую, перпендикулярную отрезку $b'c'$, и откладывают на ней отрезок $b'l'$, найденный из соотношения $b'c'/BC = c'l'/CL$, $c'l' = b'c'\dfrac{CL}{BC} = 70\dfrac{38}{75} =$ $= 35{,}5$ мм.

Положение точки l' находят по правилу обхода вершин. Обход вершин ΔBCL на звене *2* по направлению движения часовой стрелки осуществляют от точки B к точке C, от точки C к точке L. Тот же порядок чередования вершин сохраняется и на плане ускорений: $b' \to c' \to l'$. Соединяя точки b' и l', получают $\Delta b'c'l'$ подобный ΔBCL. Полюс плана p' соединяют с точкой l' и получают отрезок $p'l'$, пропорциональный искомому вектору полного ускорения a_L точки L_2 звена *2*. Значение $a_L = p'l'/\mu_a = 158/2 = 79$ м/с^2.

Ускорение a_{S2} точки S_2 звена *2* определяют способом пропорционального деления. Для этого отрезок $b'c'$ делят точкой s_2' в отношении BS_2/BC. Тогда

$$\frac{a_{S2B}}{a_{CB}} = \frac{s_2'b'}{b'c'} = \frac{S_2B}{BC}; \quad s_2'b' = b'c'\frac{S_2B}{BC} = 70\frac{50}{75} = 47{,}0 \text{ мм}.$$

От точки b' на прямой $b'c'$ откладывают отрезок $b's_2'$ и соединяют p' с точкой s_2'. Полученный отрезок $p's_2'$ пропорционален полному ускорению $a_{S2} = p's_2'/\mu_a = 126{,}4/2 = 63{,}2$ м/с^2.

Чтобы найти ускорение точки $H_{4,5}$, используют теорему о сложном движении. Записывают

$$\bar{a}_H = \bar{a}_L + \bar{a}^{\kappa}_{HL} + \bar{a}_{HL}, \qquad (1.5)$$

где $\bar{a}_L$ — ускорение в переносном движении (полное ускорение точки L_2 звена *2*); $\bar{a}_{HL}$ — ускорение в относительном поступательном движении втулки *4* по стержню *CL* и $\bar{a}^{\kappa}_{HL}$ — кориолисово ускорение. Представляя векторы ускорений в уравнении (1.5) в виде составляющих, получают

$$\underset{\parallel y-y}{\bar{a}^{\tau}_H} = \underset{\equiv}{\bar{a}_L} + \underset{\perp CL}{\bar{a}^{\kappa}_{HL}} + \underset{\parallel CL}{\bar{a}_{HL}}. \qquad (1.6)$$

Нормальная составляющая относительного ускорения $a^n_{HL} = 0$, так как движение втулки *4* относительно стержня *CL* прямолинейное ($\rho = \infty$). Значение ускорения a^{κ}_{HL} подсчитывают по формуле

$$a^{\kappa} = 2\omega_{\text{пер}} v_{\text{отн}} \sin\left(\bar{\omega}_{\text{пер}} \hat{} \bar{v}_{\text{отн}}\right).$$

Переносное движение осуществляет звено *2*, поэтому $\omega_{\text{пер}} = \omega_2$ — угловая скорость звена *2*. Так как для плоского механизма $\sin\left(\bar{\omega}_{\text{пер}} \hat{} \bar{v}_{\text{отн}}\right) = 1$, окончательно формула для определения кориолисова ускорения a^{κ}_{HL} имеет вид $a^{\kappa}_{HL} = 2\omega_2 v_{HL}$. Значение $a^{\kappa}_{HL} = 2 \cdot 7{,}75 \cdot 2{,}6 = 40{,}3$ м/с^2. Направление кориолисова ускорения a^{κ}_{HL} находят по правилу Жуковского поворотом вектора $\bar{v}_{HL}$ относительной скорости на 90° в сторону угловой скорости ω_2 переносного движения (рис. 1.1, *д*). Для графического решения уравнения (1.6) на плане ускорений из точки l' проводят прямую, параллельную вектору a^{κ}_{HL} (см. рис. 1.1, *д*), и откладывают на ней отрезок $l'k_{HL} = a^{\kappa}_{HL}\mu_a = 40{,}3 \cdot 2 = 80{,}6$ мм. Через точку k_{HL} проводят прямую, параллельную стержню *CL* (линии действия относительного касательного ускорения a^{τ}_{HL}); величина вектора $\bar{a}^{\tau}_{HL}$ неизвестна. Из полюса p' проводят прямую, параллельную направляющей *y–y*, по которой перемещается ползун 5. Пересечение этой прямой в точке h' с прямой, проведенной через точку k_{HL} параллельно стержню *CL*, дает решение векторного уравнения (1.6). Полученные отрезки $p'h'$ и $k_{HL}l'$ соответственно пропорциональны ускорениям a_H и a^{τ}_{HL}. Тогда $a_H = p'h'/\mu_a = 90/2 = 45$ м/с^2, $a^{\tau}_H = k_{HL}l'/\mu_a = 82/2 = 41$ м/с^2. Звено *5* движется поступательно, поэтому ускорение его центра масс $a_{S5} = a_H = 45$ м/с^2.

Определение угловых ускорений звеньев *2* и *3*: $\varepsilon_2 = a^{\tau}_{CB}/l_{CB} = 30/0{,}3 = 100$ рад·с$^{-2}$; $\varepsilon_3 = a^{\tau}_C/l_{CD} = 65{,}5/0{,}15 = 435$ рад·с$^{-2}$.

Направления угловых ускорений находят подобно тому, как были найдены направления угловых скоростей (см. рис. 1.1 *е*, *ж*), и отмечают эти направления круговыми стрелками в табл. 1.1.

Задание № 2. Силовой расчет механизма

Дано: кинематическая схема механизма (рис.1.3); внешняя сила сопротивления $F_{5C} = 6000$ Н, масса звеньев $m_1 = 60$ кг, $m_2 = 40$ кг, $m_3 = 70$ кг, $m_5 = 50$ кг; моменты инерции $J_{1S} = 5{,}0$ кг·м^2, $J_{2S} = 2{,}0$ кг·м^2, $J_{3S} = 0{,}5$ кг·м^2. Из первого задания известны: угловая координата $\varphi_1 = 30°$; ускорения $a_{S2} = 63{,}5$ м/с^2, $a_{S5} = 45$ м/с^2; $\varepsilon_1 = 80$ рад·с$^{-2}$, $\varepsilon_2 = 100$ рад·с$^{-2}$; $\varepsilon_3 = 435$ рад·с$^{-2}$.

Требуется определить: силы в кинематических парах (F_{56}, F_{24}, F_{45}, F_{23}, F_{21}, F_{16}, F_{36}) и внешний движущий момент ($M_{1д}$).

Все исходные данные и подлежащие определению параметры следует перечислить как на рис. 1.3.

Решение.

1. Кинематическую схему механизма строят по той же методике, что и в первом задании, в верхнем левом углу листа в масштабе $\mu_l = 250$ мм/м (рис.1.3, *а*).

2. Определение главных векторов сил инерции, главных моментов сил инерции, сил тяжести подвижных звеньев:

$\Phi_2 = m_2 a_{S2} = 40 \cdot 63{,}5 = 2540$ Н, $\quad G_1 = m_1 g = 588$ Н,

$\Phi_5 = m_5 a_{S5} = 50 \cdot 45 = 2250$ Н, $\quad G_2 = m_2 g = 392$ Н,

$M_{\Phi 1} = J_{S1}\varepsilon_1 = 5 \cdot 80 = 400$ Н·м, $\quad G_3 = m_3 g = 686{,}7$ Н,

Дано: $\hat{\omega}_1 = 20$ рад·с$^{-1}$, $\hat{\varepsilon}_1 = 80$ рад·с$^{-2}$, $m_1 = 60$ кг, $m_2 = 40$ кг, $m_3 = 70$ кг, $m_5 = 50$ кг; $J_{1S} = 5{,}0$ кг·м^2, $J_{2S} = 2{,}0$ кг·м^2, $J_{3S} = 0{,}5$ кг·м^2. Из задания № 1 имеем: $\bar{a}_{S2} = 63{,}2$ м/с^2, $a_{S5} = 45$ м/с^2; $\hat{\varepsilon}_2 = 100$ рад·с$^{-2}$; $\hat{\varepsilon}_3 = 435$ рад·с$^{-2}$.

Определить: $M_{1д}$, $\bar{F}_{56}$, $\bar{F}_{24}$, $\bar{F}_{23}$, $\bar{F}_{21}$, $\bar{F}_{36}$, $\bar{F}_{16}$, $\bar{F}_{45}$.

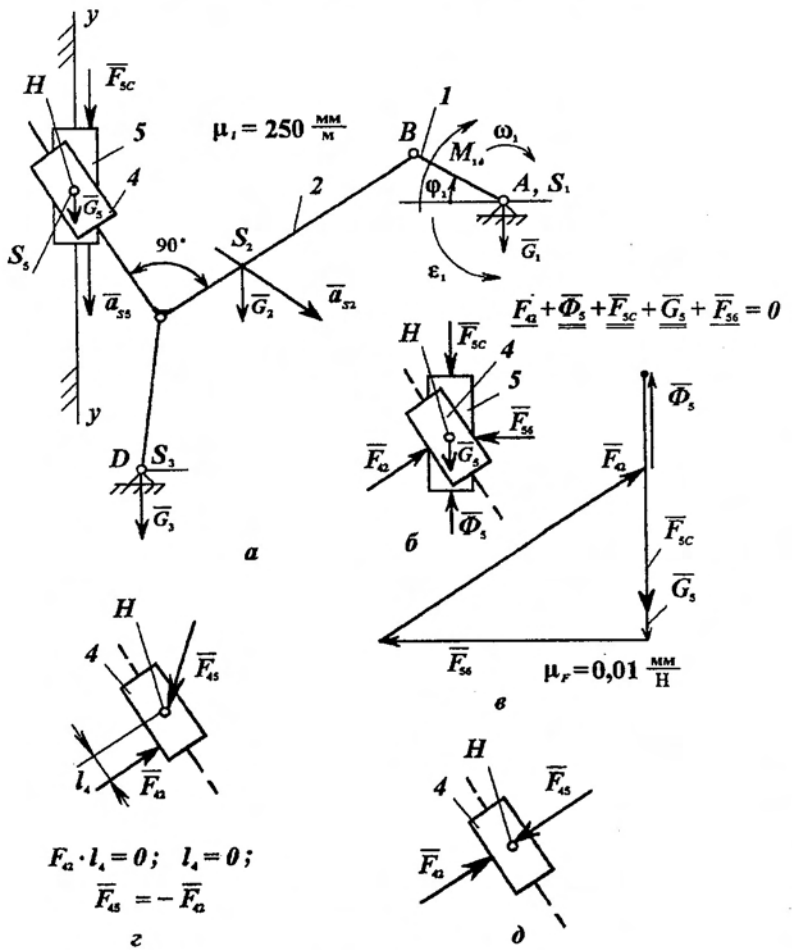


Рис. 1.3 (начало)

$\bar{F}_{21}^n + \bar{F}_{21}^\tau + \bar{G}_2 + \bar{F}_{24} + \bar{\Phi}_2 + \bar{G}_3 + \bar{F}_{36}^\tau + \bar{F}_{36}^n = 0$

$\bar{G}_3 + \bar{F}_{36}^\tau + \bar{F}_{36}^n + \bar{F}_{32} = 0$

$\bar{F}_{12} + \bar{G}_1 + \bar{F}_{16} = 0$

е ж з и к л м

Таблица 1.2

F_{56}	$F_{24} = F_{45}$	F_{36}	F_{21}	F_{52}	F_{16}	M_{16}
6500	7700	4700	9600	4000	9600	56

Силовой расчет механизма				
Выполнил	*Иванов*		*МГТУ им. Н.Э. Баумана*	*Задание № 16 Вариант Б*
Принял	*Петров*			

Рис. 1.3 (окончание)

$M_{Ф2} = J_{S2}\varepsilon_2 = 2 \cdot 100 = 200$ Н·м, $G_5 = m_5 g = 490{,}5$ Н.

$M_{Ф3} = J_{S2}\varepsilon_3 = 0{,}5 \cdot 435 = 217{,}5$ Н·м,

Направления главных векторов сил инерции $\overline{\Phi}_2$ и $\overline{\Phi}_5$ противоположны направлениям ускорений $\bar{a}_{S2}$ и $\bar{a}_{S5}$ центров масс S_2 и S_5, а главных моментов сил инерции — противоположны ε_i.

3. Определение сил в кинематических парах механизма начинают с рассмотрения двухповодковой структурной группы (звенья *4* и *5*), к звену *5* которой приложена внешняя сила $\overline{F}_{5C}$. Изображают эту структурную группу отдельно (рис. 1.3, *б*), показывают картину всех реальных и расчетных сил. **Силы взаимодействия нумеруют двумя цифрами: первая обозначает номер звена, на которое действует сила, вторая — номер звена, со стороны которого действует сила** (например, сила $\overline{F}_{56}$ действует на звено *5* со стороны звена *6*). Вектор силы $\overline{F}_{56}$ направлен перпендикулярно оси *y–y*, а вектор силы $\overline{F}_{45}$ — перпендикулярно L_2C (нормально к соответствующим поверхностям звеньев *4* и *5*). Составляют, согласно методу кинетостатики, векторное уравнение сил, приложенных к звеньям этой группы,

$$\sum_{4,5} \overline{F} = \underline{\underline{F}}_{56} + \underline{\underline{\Phi}}_5 + \underline{\underline{F}}_{5C} + \underline{\underline{G}}_5 + \underline{\underline{F}}_{42} = 0; \qquad (1.7)$$

здесь силы $\overline{\Phi}_5$, $\overline{F}_{5C}$, $\overline{G}_5$ известны по величине и направлению, (подчеркнуты двумя чертами), а силы $\overline{F}_{56}$ и $\overline{F}_{42}$ известны по направлению, но не известны по величине (подчеркнуты одной чертой). Графическим решением векторного уравнения (1.7) является план сил (рис. 1.3, *в*) в масштабе $\mu_F = \dfrac{60}{6000} = 0{,}01$ мм/Н. Здесь 60 мм — отрезок, соответствующий известной силе $F_{5C} = 6000$ Н. Его величину выбирают произвольно, но рекомендуется брать отрезок кратным значению силы (тогда масштаб μ_F получается удобным для арифметических действий). Из плана сил определяют значения и направления сил: $F_{42} = \dfrac{77}{0{,}01} = 7700$Н, $F_{56} = \dfrac{65}{0{,}01} = 6500$ Н. Здесь отрезок в 77 мм из плана сил соответствует силе $\overline{F}_{42}$, а отрезок

65 мм — силе $\overline{F}_{56}$. Для определения точки приложения силы $\overline{F}_{56}$ записывают уравнение моментов для звена *5*, из которого определяют плечо l_5:

$$\sum_5 M_H = F_{56} \cdot l_5 = 0, \; l_5 = 0. \qquad (1.8)$$

В общем случае сила $\overline{F}_{42}$ в поступательной паре известна по направлению, но не известна точка ее приложения (плечо l_4) и величина, а для силы $\overline{F}_{45}$, действующей в шарнире H_4, известны точка приложения, но не известны направление и величина (рис. 1.3, *г*). Из уравнения моментов для звена *4* (1.9) определяют l_4 и из уравнения сил (1.10) — направление силы $\overline{F}_{45}$ (окончательная картина сил дана на рис. 1.3, *д*):

$$\sum_4 M_H = F_{42} \cdot l_4 = 0, \; l_4 = 0, \qquad (1.9)$$

$$\sum_4 \overline{F} = 0, \; \overline{F}_{45} = -\overline{F}_{54}. \qquad (1.10)$$

Для силового расчета структурной группы, включающей звенья *2* и *3*, изображают ее отдельно в масштабе μ_l (рис. 1.3, *е*), показывают картину всех реальных и расчетных сил, действующих на звенья этой структурной группы. Здесь $\overline{F}_{24} = -\overline{F}_{42}$, а силы F_{21} и F_{36}, действующие в шарнирах *B* и *D*, представлены в виде двух составляющих: $\overline{F}_{21} = \overline{F}^n_{21} + \overline{F}^\tau_{21}$ и $\overline{F}_{36} = \overline{F}^n_{36} + \overline{F}^\tau_{36}$. Нормальные составляющие $\overline{F}^n_{21}$ и $\overline{F}^n_{36}$ направлены вдоль звеньев, а касательные составляющие $\overline{F}^\tau_{21}$ и $\overline{F}^\tau_{36}$ — перпендикулярно звеньям.

Векторное уравнение реальных и расчетных сил, действующих на эту структурную группу, имеет вид

$$\sum_{2,3} \overline{F} = \underline{\underline{F}}^n_{21} + \underline{\underline{F}}^\tau_{21} + \underline{\underline{G}}_2 + \underline{\underline{F}}_{24} + \underline{\underline{\Phi}}_2 + \underline{\underline{G}}_3 + \underline{\underline{F}}^n_{36} + \underline{\underline{F}}^\tau_{36} = 0. \qquad (1.11)$$

В уравнении (1.11) известные по величине и направлению силы подчеркнуты двумя чертами, а силы, известные только по направлению, подчеркнуты одной чертой. Векторное уравнение сил (1.11) содержит четыре неизвестных и не решается. Поэто-

му составляют уравнение моментов сил относительно точки C для звена *2*:

$$\sum_{2} M_C = F_{24} l_{CL} - G_2 h_{G2} - F_{21}^{\tau} l_{BC} + \Phi_2 h_{\Phi 2} - M_{\Phi 2} = 0; \qquad (1.12)$$

здесь l_{CL}, h_{G2}, $h_{\Phi 2}$ — плечи соответствующих сил (в метрах), взятые со схемы механизма. Подставляют в уравнение (1.12) числовые значения известных параметров: $7700 \cdot 54/250 - 392 \cdot 26/250 - F_{21}^{\tau} \cdot 0{,}3 + 2540 \cdot 24/250 - 200 = 0$. Отсюда $F_{21}^{\tau} = \dfrac{1676}{0{,}3} = 5551$ Н. Следует обратить внимание на то, что при решении уравнения (1.12) величина силы F_{21}^{τ} может оказаться отрицательной. Это говорит о том, что в действительности направление вектора силы $\overline{F}_{21}^{\tau}$ противоположно тому, которое было выбрано.

Для определения значения F_{36}^{τ} составляют уравнение моментов сил относительно точки C для звена *3* (рис. 1.3, *и*):

$$\sum_{3} M_C = G_3 h_{G3} - F_{36}^{\tau} l_{CD} + M_{\Phi 3} = 0, \qquad (1.13)$$

где h_{G3} — плечо силы тяжести, м.

Из уравнения (1.13) получают $F_{36}^{\tau} \cdot 0{,}15 = 686{,}7 \cdot 4/250 + 218$. Далее находят $F_{36}^{\tau} = 229/0{,}15 = 1527$ Н.

Теперь в векторном уравнении сил (1.11) осталось только два неизвестных по величине вектора $\overline{F}_{21}^{n}$ и $\overline{F}_{36}^{n}$, следовательно, оно решается. Строят план сил в масштабе μ_F для структурной группы, состоящей из звеньев *2* и *3* (рис. 1.3, *ж*), и определяют значения нормальных составляющих $F_{21}^{n} = -76/0{,}01 = -7600$ Н, $F_{36}^{n} = 45/0{,}01 = 4500$ Н, а также суммарные силы $F_{21} = 95/0{,}01 = 9500$ Н, $F_{36} = 47/0{,}01 = 4700$ Н и их направление (рис. 1.3, *ж*).

Чтобы найти силы, действующие в шарнире C, изображают звено *3* в масштабе μ_l (см. рис. 1.3, *и*) и составляют векторное уравнение сил, действующих только на это звено:

$$\sum_{3} \overline{F} = \underline{\underline{F}}_{36}^{n} + \underline{\underline{F}}_{36}^{\tau} + \underline{\underline{G}}_{3} + \overline{F}_{32} = 0; \qquad (1.14)$$

здесь неизвестна сила $\overline{F}_{32}$ по величине и направлению. Построив план сил (рис. 1.3, *к*) в масштабе μ_F, определяют величину и направление силы $F_{32} = 40/0{,}01 = 4000$ Н.

Далее переходят к силовому расчету первичного механизма. Изображают его в масштабе μ_l (рис. 1.3, *л*) и составляют уравнение моментов реальных и расчетных сил относительно точки A:

$$\sum_{1} M_A = F_{12} \cdot h_{F12} - \mathrm{M}_{\Phi 1} - \mathrm{M}_{1\partial} = 0, \qquad (1.15)$$

где $\overline{F}_{12} = -\overline{F}_{21}$, h_{F12} — плечо силы.

Из этого уравнения находят неизвестный движущий момент $\mathrm{M}_{1\partial} = 9500 \cdot 12/250 - 400 = 56$ Н·м, с помощью которого преодолевается внешняя сила F_{5C}.

Для определения величины и направления вектора силы, действующей со стороны стойки на начальное звено *1*, составляют уравнение сил

$$\sum \overline{F}_1 = \underline{\underline{F}}_{12} + \underline{\underline{G}}_{1} + \overline{F}_{16} = 0. \qquad (1.16)$$

Построив план сил (рис. 1.3, *м*), находят величину и направление силы $F_{16} = 96/0{,}01 = 9600$ Н. Результаты расчета записывают в табл. 1.2.

II. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Задача: считая схему и размеры звеньев механизма заданными, установить закон преобразования движения входных звеньев в движения выходных звеньев механизма, если движения входных звеньев определены.

Решение этой задачи можно разбить на два этапа.

1. Рассмотреть передачу движения от одних звеньев к другим лишь в геометрическом аспекте: установить, как положение одного звена или относительное положение двух звеньев определяет положения и движения других звеньев — без учета сил и масс, т.е. величин, вызывающих и обусловливающих характер движения.

Цель исследования — получить функции, исчерпывающе описывающие преобразование движения в механизме. Параметрами (константами) таких функций являются размеры звеньев, а переменными — координаты, характеризующие относительное расположение звеньев. Результат исследований: функции положения, аналоги скоростей и ускорений.

2. Зная закон движения входных звеньев в реальном времени (из решения задачи динамики), пересчитать геометрические аналоги кинематических величин, полученные на первом этапе, в истинные скорости и ускорения (линейные и угловые) интересующих нас точек и звеньев механизма.

Кинематическому анализу механизма предшествует задача структурного анализа.

Цель структурного анализа:

определить степень подвижности механизма и выбрать *начальные кинематические пары;*

декомпозировать механизм на простейшие кинематически определимые *кинематические группы.*

Начальная кинематическая пара (НКП) — кинематическая пара, в которой относительное перемещение образующих ее звеньев есть *обобщенная координата*:

$$q = q(t) \tag{2.1}$$

— независимая функция времени, однозначно определяющая положение и движение механизма в выбранной системе координат. Если одно из звеньев НКП — стойка, то второе, подвижное, звено называют *начальным (или входным) звеном.*

Кинематическая группа — кинематическая цепь, содержащая минимальное число звеньев и кинематических пар, степень подвижности которой равна числу НКП, входящих в данную кинематическую группу.

Группы Ассура — подмножество множества кинематических групп: степень подвижности группы Ассура равна нулю, в ее составе нет НКП.

Результатом структурного анализа является символическая формула строения механизма. Эта же формула, как правило, определяет последовательность формирования алгоритма кинематического анализа, т.е. является *алгоритмической формулой.* Смысл ее

в следующем: как механизм на стойке собирается путем последовательного присоединения кинематических групп, так и алгоритм кинематического анализа формируется последовательным соединением *расчетных модулей,* каждый из которых позволяет выполнить кинематическое исследование соответствующей группы. При этом результаты исследования одной группы становятся исходными данными для анализа следующих. Так как число различных по виду кинематических групп конечно, число расчетных модулей тоже конечно.

Построенный для кинематической группы модуль является универсальным и не зависит от того, в какой механизм кинематическая группа данного вида входит и какое место в нем занимает.

Приведем примеры формирования алгоритма кинематического анализа плоских рычажных механизмов (ПРМ), в состав которых входят двухзвенные группы с нулевой подвижностью (группы Ассура II класса) и (или) группы со степенью подвижности $W = 1$.

Исследование ПРМ такой структуры удобно проводить *методом векторных контуров,* разработанным проф. В.А. Зиновьевым. В этом методе связи в механизме, определяемые как видом кинематических пар, так и размерами звеньев, выражаются в форме условий замкнутости векторных контуров, построенных на базе кинематической схемы механизма. В скалярной форме соответствующие зависимости получают, проецируя контуры на оси координат.

Векторные контуры составляют для каждой входящей в механизм кинематической группы. Построенные на базе векторных контуров расчетные модули объединяют в единый расчетный алгоритм согласно алгоритмической формуле.

Положение звеньев механизма с $W = 1$ зависит лишь от его обобщенной координаты $q(t)$, поэтому для звена номер j и точки M на нем можно записать

$$\varphi_j = \varphi_j(q), \tag{2.2}$$

$$\bar{r}_M = \bar{r}_M(q) = \begin{cases} x_M(q), \\ y_M(q); \end{cases} \tag{2.3}$$

здесь φ_j — угол поворота j-го звена; $\bar{r}_M$ — радиус-вектор точки M в выбранной системе координат.

Функции (2.2) и (2.3) называют *функциями положения*. Дифференцируя их по времени с учетом (2.1), получают выражения для угловой скорости ω_j j-го звена и скорости $\bar{v}_M$ точки M:

$$\omega_j = \frac{d\varphi_j}{dq}\frac{dq}{dt} = \omega_{qj}\dot{q}, \tag{2.4}$$

$$\bar{v}_M = \frac{d\bar{r}_M}{dq}\frac{dq}{dt} = \bar{v}_{qM}\dot{q}; \tag{2.5}$$

здесь $\dot{q}(t)$ — обобщенная скорость механизма.

Для определения углового ускорения ε_j j-го звена и ускорения $\bar{a}_M$ точки M продифференцируем по времени скорости (2.4) и (2.5):

$$\varepsilon_j = \frac{d^2\varphi_j}{dq^2}\dot{q}^2 + \frac{d\varphi_j}{dq}\ddot{q} = \varepsilon_{qj}\dot{q}^2 + \omega_{qj}\ddot{q}, \tag{2.6}$$

$$\bar{a}_M = \frac{d^2\bar{r}_M}{dq^2}\dot{q}^2 + \frac{d\bar{r}_M}{dq}\ddot{q} = \bar{a}_{qM}\dot{q}^2 + \bar{v}_{qM}\ddot{q}; \tag{2.7}$$

здесь $\ddot{q}(t)$ — обобщенное ускорение механизма.

Входящие в выражения (2.4) — (2.7) производные от φ_j и $\bar{r}_M$ по обобщенной координате q носят названия аналогов скоростей и ускорений.

Размерность аналогов определяется размерностью обобщенной координаты. Если $q(t) = \varphi(t)$ есть угол поворота, то аналоги угловой скорости и углового ускорения безразмерны, а аналоги линейной скорости и линейного ускорения имеют размерность длины. При выборе в качестве обобщенной другой координаты, не являющейся углом, размерности аналогов изменятся — их в этом случае следует поделить на размерность новой обобщенной координаты. В любом случае аналоги являются относительными величинами.

Конкретный вид функций положения (2.2) и (2.3) и аналогов (2.4) — (2.7) определяется строением механизма и размерами звеньев; эти функции являются геометрическими характеристиками преобразования движения в механизме.

Если аналоги известны, то по формулам (2.4) — (2.7) можно вычислить соответствующие скорости и ускорения, определив закон движения $q = q(t)$, $\dot{q}(t)$ и $\ddot{q}(t)$ из решения задачи динамики.

Отметим, что аналоги численно равны скоростям и ускорениям, если $\dot{q} = 1$, $\ddot{q} = 0$.

Определение перечисленных характеристик механизма является целью кинематического анализа и составляет содержание его трех основных задач.

1. *Задача о положениях* состоит в определении функций положения вида (2.2), (2.3).

2. *Задача о скоростях* заключается в отыскании функций линейных и угловых скоростей $\bar{v}_M$, ω_j (или только их аналогов $\bar{v}_{qM}$, ω_{qj}).

3. *Задача об ускорениях* сводится к нахождению функций (2.6), (2.7) (или только аналогов $\bar{a}_{qM}$, ε_{qj}).

Основной и наиболее сложной является первая из этих задач — задача о положениях; аналитически она обычно описывается нелинейными уравнениями. Решение двух других задач сводится к дифференцированию функций положения или уравнений, которыми эти функции определяются. В последнем случае получают уравнения, линейные относительно искомых аналогов.

Радиус-вектор $\bar{r}_M$ точки M, аналоги $\bar{v}_{qM}$ и $\bar{a}_{qM}$, скорость и ускорение $\bar{v}_M$, $\bar{a}_M$ могут быть найдены в векторной форме. Однако чаще бывает удобнее представить их в координатном виде, проецируя векторные зависимости на оси координат.

Сформулируем *формальные правила*, которые в дальнейшем будем соблюдать:

выберем правую декартову систему координат XOY, начало которой O совпадает с неподвижной точкой начального звена — НКП (если в механизме нет начального звена, то с любой другой его неподвижной точкой);

правило отсчета углов: угол φ_j (и угловую обобщенную координату $q = \varphi(t)$ также) будем отсчитывать от положительного направления оси X до положительного направления соответствующего вектора, двигаясь против хода часовой стрелки.

Введем дополнительно некоторые обозначения.

1. Массив декартовых координат точки, составленный из координат точки в системе координат *XOY*, проекций на ее оси скоростей и ускорений (или их аналогов), например:

$$DB(6) = \{x_B, y_B, x'_B, y'_B, x''_B, y''_B\},$$

$$DS2(6) = \{x_{S2}, y_{S2}, x'_{S2}, y'_{S2}, x''_{S2}, y''_{S2}\},$$

$$DD(6) = \{x_D, y_D, x'_D, y'_D, x''_D, y''_D\}.$$

2. Массивы полярных координат:

$PK(3) = \{h, h', h''\}$ — полярного радиуса и его производных;

$PFi(3) = \{\varphi_j, \varphi'_j, \varphi''_j\}$ — полярного угла и его производных.

3. Символом ′ или ″ будем обозначать первую или вторую производную по любому параметру: t, φ, q. Так, если $\varphi'_i = \dfrac{d\varphi_i}{d\varphi}$, то φ'_i есть аналог угловой скорости i-го звена ω_{qi} ($\varphi''_i = \dfrac{d\omega_{qi}}{d\varphi} = \varepsilon_{qi}$ — аналог углового ускорения). Если $\varphi'_i = \dfrac{d\varphi_i}{dt}$, то φ'_i — угловая скорость ω_i ($\varphi''_i = \varepsilon_i$ — угловое ускорение) i-го звена.

Пример 1. Кривошипно-ползунный механизм

Степень подвижности его $W = 3n - 2p_H = 3\cdot3 - 2\cdot4 = 1$, φ — обобщенная координата, звено *1* — начальное (кинематическая пара *O* — НКП). Механизм декомпозируется на две кинематические группы.

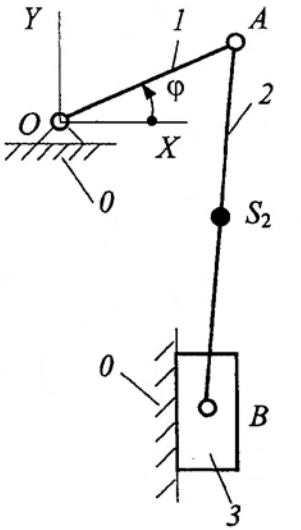
1. Группа $\underset{\text{в}}{\text{I}}(0, 1)$. Состоит из стойки — звено 0 и кривошипа *1* (в обозначении указаны в скобках), образующих НКП — вращательную пару *O* (в обозначении группы индекс *B*).

2. Группа $\underset{\text{ввп}}{\text{II}}(2, 3)$. В ее состав входят шатун *2*, ползун *3* (указаны в скобках) и три кинематические пары (нижний индекс): внешние — вращательная *A*, поступательная *B* — и внутренняя — вращательная пара *B*; *W* группы равна нулю: это группа Ассура II класса — диада.

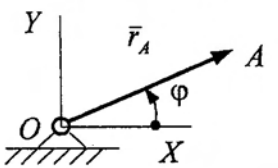
Символическая формула строения механизма:

$$\underset{\text{в}}{\text{I}}(0, 1) \rightarrow \underset{\text{ввп}}{\text{II}}(2, 3).$$

Основываясь на ней, получим алгоритм кинематического анализа механизма, построив соответствующие расчетные модули.



Модуль 1. Группа $\underset{\text{в}}{\text{I}}(0, 1)$.



Дано: $l_{OA} = r_A = \text{const}$, $\varphi(t)$, $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$ — кинематические параметры начального звена.

Найти: $DA(6) = \{x_A, y_A, x'_A, y'_A, x''_A, y''_A\}$:

$$\left.\begin{aligned} x_A &= r_A\cos\varphi \\ y_A &= r_A\sin\varphi \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} x'_A &= -y_A\cdot\omega \\ y'_A &= x_A\cdot\omega \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} x''_A &= -x_A\cdot\omega^2 - y_A\cdot\varepsilon \\ y''_A &= -y_A\cdot\omega^2 + x_A\cdot\varepsilon \end{aligned}\right\}$$

Заметим, что при $\omega = 1$ ($\varepsilon = 0$) для точки *A* кривошипа получим аналоги скоростей $x'_A = v_{qXA}$, $y'_A = v_{qYA}$ и ускорений $x''_A = a_{qXA}$, $y''_A = a_{qYA}$.

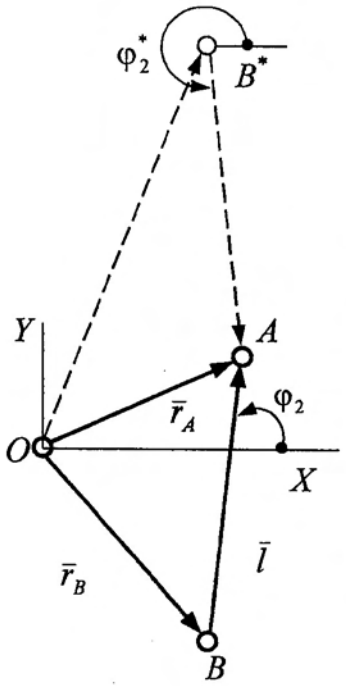
Модуль 2. Группа $\underset{\text{ввп}}{\text{II}}(2, 3)$.

Дано: $DA(6) = \{x_A, y_A, x'_A, y'_A, x''_A, y''\}$, $l_{AB} = l = \text{const}$, $x_B = \text{const}$

Найти: $PF2(3) = \{\varphi_2, \varphi'_2, \varphi''_2\}$, $DB(6) = \{x_B, y_B, 0., y'_B, 0., y''_B\}$.

Запишем условие замкнутости векторного контура:

$$\bar{r}_A = \bar{r}_B + \bar{l}.$$



Спроецируем его на оси координат:

$$x_A = x_B + l\cos\varphi_2;$$
$$y_A = y_B + l\sin\varphi_2.$$

Из первого уравнения найдем $\cos\varphi_2 = \frac{x_A - x_B}{l}$, $\sin\varphi_2 = \pm\sqrt{1-\cos^2\varphi_2}$. Знак $\pm$ перед корнем есть признак сборки. Вторая сборка на рисунке показана штриховой линией. Знак плюс соответствует изменению φ_2 в пределах 1-й и 2-й четвертей, знак минус — 3-й и 4-й четвертей. Для основной сборки перед корнем следует оставить знак минус. Из второго уравнения выразим

$$y_B = y_A - l\sin\varphi_2.$$

Функции

$$\cos\varphi_2 = \frac{x_A - x_B}{l},$$

$$\sin\varphi_2 = \pm\sqrt{1-\cos^2\varphi_2}, \quad y_B = y_A - l\sin\varphi_2$$

есть функции положения кинематической группы (или группы Ассура) данного вида.

Для решения задачи о скоростях продифференцируем исходную систему:

$$x'_A = x'_B - l\sin\varphi_2\cdot\varphi'_2 = -l\sin\varphi_2\cdot\varphi'_2,$$
$$y'_A = y'_B + l\cos\varphi_2\cdot\varphi'_2.$$

Найдем

$$\varphi'_2 = -\frac{x'_A}{l\sin\varphi_2},$$

$$y'_B = y'_A - l\cos\varphi_2\cdot\varphi'_2.$$

Дифференцируя систему еще раз:

$$x''_A = -l[\cos\varphi_2(\varphi'_2)^2 + \sin\varphi_2\cdot\varphi''_2],$$
$$y''_A = y''_B - l[\sin\varphi_2(\varphi'_2)^2 - \cos\varphi_2\cdot\varphi''_2],$$

получим функции ускорений

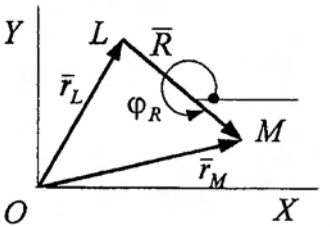
$$\varphi''_2 = -\frac{x''_A + l\cos\varphi_2(\varphi'_2)^2}{l\sin\varphi_2},$$
$$y''_B = y''_A + l[\sin\varphi_2(\varphi'_2)^2 - \cos\varphi_2\cdot\varphi''_2].$$

Выполнив расчет по составленному алгоритму, получим значения всех элементов массивов $PF2(3)$ и $DB(6)$.

Для расчета кинематических параметров точки S_2 составим вспомогательный модуль.

Модуль 3. Предназначен для расчета кинематических параметров присоединительных пар и характерных точек.

Дано: $DL(6) = \{x_L, y_L, x'_L, y'_L, x''_L, y''_L\}$;
$l_{LM} = R = \text{const}$, $PFR(3) = \{\varphi_R, \varphi'_R, \varphi''_R\}$.



Найти:
$DM(6) = \{x_M, y_M, x'_M, y'_M, x''_M, y''_M\}$.
Условие замкнутости:

$$\bar{r}_M = \bar{r}_L + \bar{R}.$$

В проекциях на оси системы координат

$$x_M = x_L + R\cos\varphi_R,$$
$$y_M = y_L + R\sin\varphi_R,$$

$$x'_M = x'_L - R\sin\varphi_R\cdot\varphi'_R,$$
$$y'_M = y'_L + R\cos\varphi_R\cdot\varphi'_R,$$

$$x''_M = x''_L - R[\cos\varphi_R(\varphi'_R)^2 + \sin\varphi_R\cdot\varphi''_R],$$
$$y''_M = y''_L - R[\sin\varphi_R(\varphi'_R)^2 - \cos\varphi_R\cdot\varphi''_R].$$

Покажем, как использовать построенный модуль для точки S_2.
Дано: $DL(6) = \{x_A, y_A, x'_A, y'_A, x''_A, y''_A\}$; $R = l_{AS2}$; $PFR(3) = \{\varphi_2 + \pi, \varphi'_2, \varphi''_2\}$.
Найти: $DS_2(6) = \{x_{S2}, y_{S2}, x'_{S2}, y'_{S2}, x''_{S2}, y''_{S2}\}$.

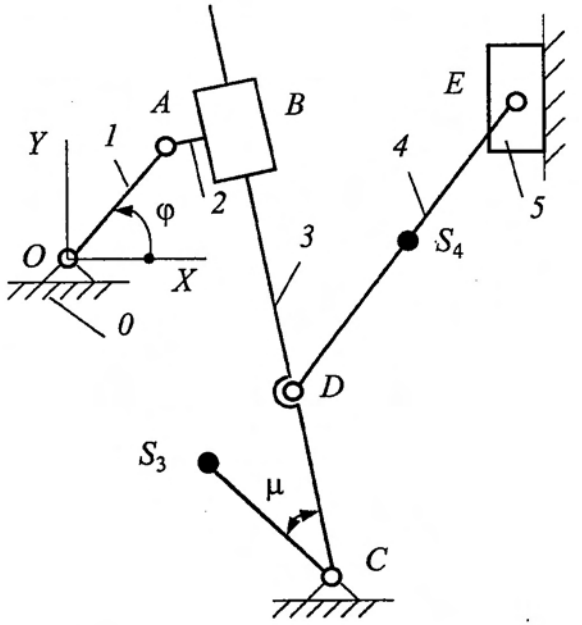
Пример 2. Кулисный механизм

Пусть φ — обобщенная координата. Запишем формулу строения:

$$\underset{\text{в}}{\text{I}(0,1)} \rightarrow \underset{\text{ВПВ}}{\text{II}(2,3)} \rightarrow \underset{\text{ВВП}}{\text{II}(4,5)}.$$

Две входящие в данный механизм группы уже встречались в примере 1: $\underset{\text{в}}{\text{I}(0,1)}$ и $\underset{\text{ВВП}}{\text{II}(4,5)}$.

Составим расчетный модуль для диады, образованной звеньями *2* и *3*, имеющей в своем составе три кинематические пары: внешние вращательные *A* и *C* и внутреннюю поступательную *B*.

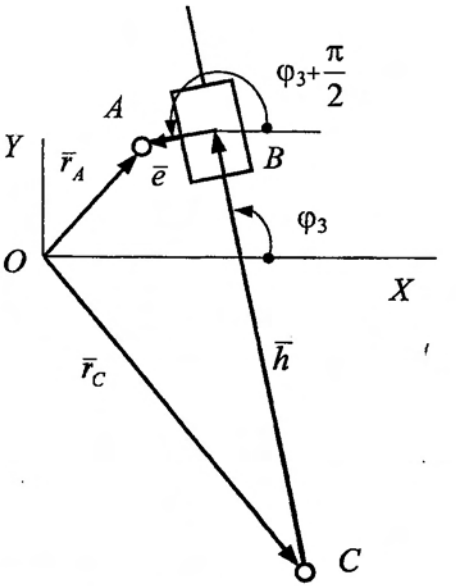


Модуль 4. Группа $\underset{\text{ВПВ}}{\text{II}(2,3)}$.

Дано: $DA(6)=\{x_A,y_A,x'_A,y'_A,x''_A,y''_A\}$; $DC(6)=\{x_C,y_C,x'_C,y'_C,x''_C,y''_C\}$.

В данном варианте $x'_C=y'_C=x''_C=y''_C=0$, $l_{AB}=e=\text{const}$.

Найти: $PF3(3)=\{\varphi_3,\varphi'_3,\varphi''_3\}$, $PH(3)=\{h,h',h''\}$.



Условие замкнутости векторного контура

$$\bar{r}_A=\bar{r}_C+\bar{h}+\bar{e},$$

где $\bar{h}$ — вектор переменной длины.

В проекциях на оси координат

$$\begin{aligned} x_A &= x_C+h\cdot\cos\varphi_3+e\cdot\cos\left(\varphi_3+\frac{\pi}{2}\right),\\ y_A &= y_C+h\cdot\sin\varphi_3+e\cdot\sin\left(\varphi_3+\frac{\pi}{2}\right). \end{aligned} \qquad (2.8)$$

Воспользуемся формулами приведения

$$\cos\left(\varphi_3+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\varphi_3,\ \ \sin\left(\varphi_3+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\varphi_3$$

и перепишем (2.8):

$$\begin{aligned} x_A-x_C &= h\cdot\cos\varphi_3-e\cdot\sin\varphi_3,\\ y_A-y_C &= h\cdot\sin\varphi_3+e\cdot\cos\varphi_3. \end{aligned} \qquad (2.9)$$

Преобразуем систему (2.9). Сначала первое уравнение умножим на $\cos\varphi_3$, второе — на $\sin\varphi_3$ и сложим их:

$$h = (x_A - x_C)\cos\varphi_3 + (y_A - y_C)\sin\varphi_3. \qquad (2.10)$$

Затем умножим первое уравнение на $-\sin\varphi_3$, второе — на $\cos\varphi_3$ и также сложим:

$$e = -(x_A - x_C)\sin\varphi_3 + (y_A - y_C)\cos\varphi_3. \qquad (2.11)$$

Для определения h уравнения (2.10) и (2.11) возведем в квадрат и сложим, после чего выразим h:

$$h = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 - e^2}, \qquad (2.12)$$

перед радикалом в (2.12) оставим знак плюс, так как h есть модуль соответствующего вектора.

Зная h, можно найти тригонометрические функции угла φ_3. Умножив первое из уравнений (2.9) на $-e$, второе на h, после сложения получим

$$\sin\varphi_3 = \frac{-(x_A - x_C)e + (y_A - y_C)h}{e^2 + h^2}. \qquad (2.13)$$

Умножим первое уравнение системы (2.9) на h, второе на e, сложим их и выразим $\cos\varphi_3$:

$$\cos\varphi_3 = \frac{(x_A - x_C)h + (y_A - y_C)e}{e^2 + h^2}. \qquad (2.14)$$

Далее найдем угол φ_3:

$$\varphi_3 = \operatorname{arctg}(\sin\varphi_3 / \cos\varphi_3).$$

Решим задачу о скоростях. Для определения φ_3' продифференцируем уравнение (2.11):

$$0 = -(x_A - x_C)\cos\varphi_3 \cdot \varphi_3' - x_A' \sin\varphi_3 - (y_A - y_C)\sin\varphi_3 \cdot \varphi_3' + y_A' \cos\varphi_3,$$

$$0 = -\varphi_3'[(x_A - x_C)\cos\varphi_3 + (y_A - y_C)\sin\varphi_3] - x_A' \sin\varphi_3 + y_A' \cos\varphi_3.$$

Заметив, что квадратная скобка, согласно (2.10), равна h, окончательно получим

$$\varphi_3' = \frac{-x_A' \sin\varphi_3 + y_A' \cos\varphi_3}{h}. \qquad (2.15)$$

Производная h' имеет вид

$$h' = -\varphi_3'[(x_A - x_C)\sin\varphi_3 - (y_A - y_C)\cos\varphi_3] + x_A' \cos\varphi_3 + y_A' \sin\varphi_3,$$

или с учетом (2.11)

$$h' = e \cdot \varphi_3' + x_A' \cos\varphi_3 + y_A' \sin\varphi_3. \qquad (2.16)$$

Для отыскания φ_3'' дифференцируем (2.15), предварительно перенеся h влево:

$$\varphi_3'' \cdot h + \varphi_3' \cdot h' = -x_A'' \sin\varphi_3 + y_A'' \cos\varphi_3 - x_A' \cos\varphi_3 \cdot \varphi_3' - y_A' \sin\varphi_3 \cdot \varphi_3'.$$

Учитывая соотношение (2.16) и приводя подобные члены, получаем

$$\varphi_3'' = \frac{e(\varphi_3')^2 - 2\varphi_3' \cdot h' - x_A'' \sin\varphi_3 + y_A'' \cos\varphi_3}{h}. \qquad (2.17)$$

Продифференцировав (2.16), найдем

$$h'' = x_A'' \cos\varphi_3 + y_A'' \sin\varphi_3 - (x_A' \sin\varphi_3 - y_A' \cos\varphi_3) \cdot \varphi_3'. \qquad (2.18)$$

Для частного варианта рассматриваемой группы Ассура, у которой длина плеча AB кулисы равна нулю, функции положения легко найти непосредственно из уравнений (2.12)—(2.14):

$$h = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2},$$

$$\sin\varphi_3 = \frac{y_A - y_C}{h}, \quad \cos\varphi_3 = \frac{x_A - x_C}{h}.$$

Выражения для φ_3', h', h'' останутся без изменений. Функцию φ_3'' получим, положив в (2.17) $e = 0$:

$$\varphi_3'' = \frac{-2\varphi_3' \cdot h' - x_A'' \sin\varphi_3 + y_A'' \cos\varphi_3}{h}.$$

Таким образом, получены все расчетные зависимости для элементов массивов $PF(3)$ и $PH(3)$.

Для анализа группы $\underset{ввп}{\text{II}}(4,5)$ необходимо использовать модуль 2, предварительно рассчитав кинематические параметры присоединительной пары D, заполнив массив $DD(6)=\{x_D, y_D, x'_D, y'_D, x''_D, y''_D\}$. Для этой цели предназначен модуль 3. Он же используется и для расчета параметров центров масс звеньев *3* и *4*.

Для точки S_3.

Дано: $DC(6)=\{x_C, y_C, 4\times 0.\}$; $R=l_{CS3}$; $PFR(3)=\{\varphi_3+\mu, \varphi'_3, \varphi''_3\}$.

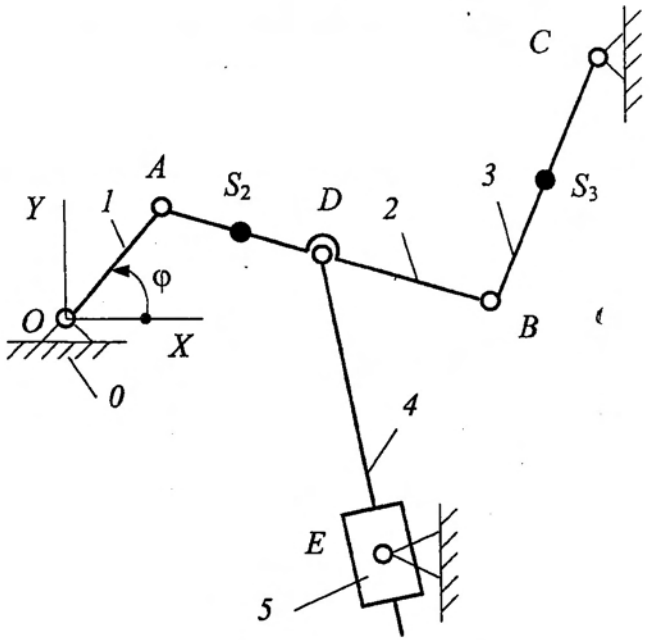
Найти: $DS3(6)=\{x_{S3}, y_{S3}, x'_{S3}, y'_{S3}, x''_{S3}, y''_{S3}\}$.

Для точки S_4.

Дано: $DD(6)=\{x_D, y_D, x'_D, y'_D, x''_D, y''_D\}$; $R=l_{DS4}$; $PFR(3)=\{\varphi_4, \varphi'_4, \varphi''_4\}$.

Найти: $DS4(6)=\{x_{S4}, y_{S4}, x'_{S4}, y'_{S4}, x''_{S4}, y''_{S4}\}$.

Пример 3. Кулисный механизм на базе шарнирного четырехзвенника



Если $W=1$, то $q\equiv\varphi(t)$ — обобщенная координата. Формула строения

$$\underset{в}{\text{I}}(0,1)\rightarrow \underset{ввв}{\text{II}}(2,3)\rightarrow \underset{впв}{\text{II}}(4,5).$$

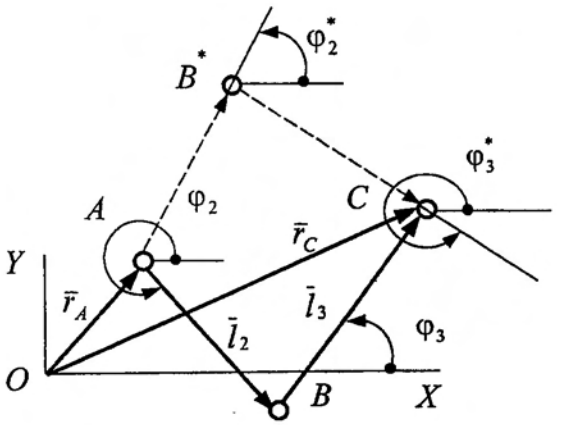
Для анализа группы $\underset{в}{\text{I}}(0,1)$ предназначен модуль 1, группы $\underset{впв}{\text{II}}(4,5)$ — модуль 4.

Прежде чем воспользоваться расчетным модулем 4, необходимо сформировать массив $DD(6)=\{x_D, y_D, x'_D, y'_D, x''_D, y''_D\}$ с помощью модуля 3, что возможно сделать лишь после анализа группы $\underset{ввв}{\text{II}}(2,3)$. Составим расчетный модуль для диады $\underset{ввв}{\text{II}}(2,3)$ с тремя вращательными кинематическими парами.

Модуль 5. Группа $\underset{ввв}{\text{II}}(2,3)$.

Дано: $DA(6)=\{x_A, y_A, x'_A, y'_A, x''_A, y''_A\}$; $DC(6)=\{x_C, y_C, x'_C, y'_C, x''_C, y''_C\}$; $l_{AB}=l_2=\text{const}$; $l_{BC}=l_3=\text{const}$.

Найти: $PF2(3)=\{\varphi_2, \varphi'_2, \varphi''_2\}$; $PF3(3)=\{\varphi_3, \varphi'_3, \varphi''_3\}$.



Запишем условие замкнутости векторного контура:

$$\bar{r}_C=\bar{r}_A+\bar{l}_2+\bar{l}_3, \text{ или } \bar{l}_2=\bar{r}_C-\bar{r}_A-\bar{l}_3;$$

проецируя последнее на оси координат, получим

$$\begin{aligned} l_2\cos\varphi_2 &= x_C - x_A - l_3\cdot\cos\varphi_3,\\ l_2\sin\varphi_2 &= y_C - y_A - l_3\cdot\sin\varphi_3. \end{aligned} \qquad (2.19)$$

Уравнения (2.19) возведем в квадрат и сложим, обозначив

$$h^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2,\ \ c = \left(l_3^2 + h^2 - l_2^2\right)/2l_3,$$

результат этого преобразования представим в виде

$$(x_C - x_A)\cos\varphi_3 + (y_C - y_A)\sin\varphi_3 = c. \qquad (2.20)$$

Из уравнения (2.20) определим угол φ_3. Выразим $\sin\varphi_3$ и $\cos\varphi_3$ через $\mathrm{tg}(\varphi_3/2)$ по формулам тригонометрии:

$$\sin\varphi_3 = \frac{2\,\mathrm{tg}(\varphi_3/2)}{1+\mathrm{tg}^2(\varphi_3/2)},\ \ \cos\varphi_3 = \frac{1-\mathrm{tg}^2(\varphi_3/2)}{1+\mathrm{tg}^2(\varphi_3/2)}. \qquad (2.21)$$

Подставив эти выражения в (2.20) и освободившись от знаменателя, получим

$$\left[c + (x_C - x_A)\right]\cdot \mathrm{tg}^2(\varphi_3/2) - 2(y_C - y_A)\cdot \mathrm{tg}(\varphi_3/2) + \left[c - (x_C - x_A)\right] = 0.$$

Решение квадратного уравнения определяется формулой

$$\mathrm{tg}(\varphi_3/2) = \frac{(y_C - y_A) \pm R}{c + (x_C - x_A)}, \qquad (2.22)$$

где $R = \sqrt{h^2 - c^2}$.

После вычисления $\mathrm{tg}(\varphi_3/2)$ надо по формулам (2.21) подсчитать $\sin\varphi_3$ и $\cos\varphi_3$, а затем, исходя из соотношений (2.19), найти $\sin\varphi_2$ и $\cos\varphi_2$. Знак плюс-минус в (2.22) указывает на две сборки рассматриваемой группы (вторая показана на рисунке штрихами). Основной сборке соответствует в нашем случае знак плюс, в чем можно убедиться, найдя два значения угла φ_3, последовательно используя формулы (2.22), (2.21). Зная две функции угла, найдем угол

$$\varphi_3 = \mathrm{arctg}(\sin\varphi_3/\cos\varphi_3).$$

В основной сборке угол $0 < \varphi_3 < \pi$.

Решим задачу о скоростях. Дифференцируя систему (2.19), получим систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} -l_2\varphi_2'\sin\varphi_2 &= x_C' - x_A' + l_3\varphi_3'\sin\varphi_3,\\ l_2\varphi_2'\cos\varphi_2 &= y_C' - y_A' - l_3\varphi_3'\cos\varphi_3. \end{aligned}$$

Учитывая, что для рассматриваемого механизма $x_C' = y_C' = 0$, запишем

$$\begin{aligned} -l_2\varphi_2'\sin\varphi_2 &= -x_A' + l_3\varphi_3'\sin\varphi_3,\\ l_2\varphi_2'\cos\varphi_2 &= -y_A' - l_3\varphi_3'\cos\varphi_3. \end{aligned} \qquad (2.23)$$

Исключим из (2.23) φ_3', для чего умножим первое уравнение на $\cos\varphi_3$, второе — на $\sin\varphi_3$ и сложим их:

$$\varphi_2' = \frac{x_A'\cos\varphi_3 + y_A'\sin\varphi_3}{l_2(\sin\varphi_2\cos\varphi_3 - \cos\varphi_2\sin\varphi_3)}.$$

Умножив первое уравнение (2.23) на $\cos\varphi_2$, второе — на $\sin\varphi_2$ и сложив их, найдем

$$\varphi_3' = \frac{x_A'\cos\varphi_2 + y_A'\sin\varphi_2}{l_3(\sin\varphi_3\cos\varphi_2 - \cos\varphi_3\sin\varphi_2)}.$$

Можно знаменатель свернуть, например:

$$\varphi_3' = \frac{x_A'\cos\varphi_2 + y_A'\sin\varphi_2}{l_3\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}.$$

Однако для расчетов более удобным оказывается первоначальный вариант.

Решим задачу об ускорениях. Продифференцировав уравнения (2.23), получим систему линейных уравнений относительно φ_2'' и φ_3'':

$$\begin{aligned} -\varphi_2''l_2\sin\varphi_2 - \varphi_3''l_3\sin\varphi_3 &= -x_A'' + l_2(\varphi_2')^2\cos\varphi_2 + l_3(\varphi_3')^2\cos\varphi_3,\\ \varphi_2''l_2\cos\varphi_2 + \varphi_3''l_3\cos\varphi_3 &= -y_A'' + l_2(\varphi_2')^2\sin\varphi_2 + l_3(\varphi_3')^2\sin\varphi_3. \end{aligned} \qquad (2.24)$$

Найти φ_2'' и φ_3'' из системы (2.24) можно, используя прием, приведенный выше. Однако систему (2.24) (и (2.23) также можно

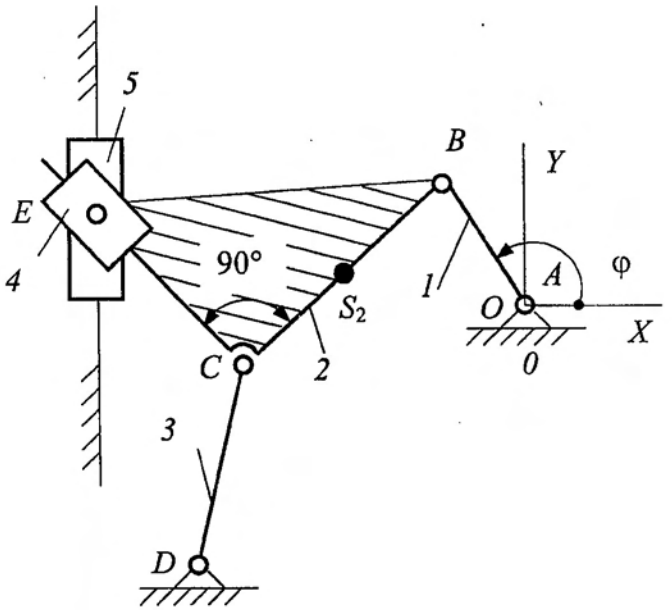
решить по правилу Крамера, что при автоматизированных расчетах удобнее.

Пример 4. Кулисный механизм на базе шарнирного четырехзвенника

Если $W = 1$, то $q \equiv \varphi(t)$ — обобщенная координата. Формула строения:

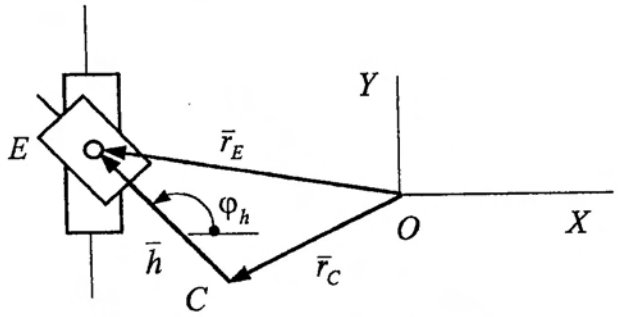
$$\underset{\text{в}}{\text{I}(0,1)} \rightarrow \underset{\text{ввв}}{\text{II}(2,3)} \rightarrow \underset{\text{пвп}}{\text{II}(4,5)}.$$

Для анализа группы $\underset{\text{в}}{\text{I}(0,1)}$ предназначен модуль 1, группы $\underset{\text{ввв}}{\text{II}(2,3)}$ — модуль 5, для расчета кинематических параметров точки C — модуль 3.



Составим расчетный модуль для диады $\underset{\text{пвп}}{\text{II}(4,5)}$ с вращательной внутренней и двумя внешними поступательными кинематическими парами.

Модуль 6. Группа $\underset{\text{пвп}}{\text{II}(4,5)}$.



Дано: $DC(6) = \{x_C, y_C, x'_C, y'_C, x''_C, y''_C\}$; $PFH(3) = \{\varphi_h, \varphi'_h, \varphi''_h\}$; $x_E = \text{const}$

Найти: $PH(3) = \{h, h', h''\}$, $DE(6) = \{x_E, y_E, 0., y'_E, 0., y''_E\}$.

Условие замкнутости векторного контура:

$$\bar{r}_E = \bar{r}_C + \bar{h}.$$

Спроецируем на оси координат:

$$\begin{aligned} x_E &= x_C + h \cdot \cos\varphi_h, \\ y_E &= y_C + h \cdot \sin\varphi_h. \end{aligned} \qquad (2.25)$$

Из первого уравнения найдем $h = \dfrac{x_E - x_C}{\cos\varphi_h}$.

Из второго уравнения найдем y_E.

Продифференцируем систему (2.25):

$$\begin{aligned} 0 &= x'_C - h \cdot \varphi'_h \sin\varphi_h + h' \cdot \cos\varphi_h, \\ y'_E &= y'_C + h \cdot \varphi'_h \cos\varphi_h + h' \cdot \sin\varphi_h. \end{aligned}$$

Из первого уравнения $h' = \dfrac{h \cdot \varphi'_h \sin\varphi_h - x'_C}{\cos\varphi_h}$.

Из второго уравнения найдем y'_E.

Дифференцируя систему еще раз, получим

$$h'' = \frac{2h' \cdot \varphi'_h \sin\varphi_h + h[(\varphi'_h)^2 \cos\varphi_h + \varphi''_h \sin\varphi_h] - x''_C}{\cos\varphi_h},$$

$$y''_E = y''_C + 2h' \cdot \varphi'_h \cos\varphi_h - h[(\varphi'_h)^2 \sin\varphi_h - \varphi''_h \cos\varphi_h] + h'' \sin\varphi_h.$$

Запишем порядок чередования модулей для расчета данного механизма.

1. Модуль 1.

Результат $DB(6) = \{x_B, y_B, x'_B, y'_B, x''_B, y''_B\}$.

2. Модуль 5.

В формуле (2.22) необходимо выбрать знак плюс (основная сборка).

Результат: $PF2(3) = \{\varphi_2, \varphi'_2, \varphi''_2\}$, $PF3(3) = \{\varphi_3, \varphi'_3, \varphi''_3\}$.

3. Модуль 3.

Дано: $DL(6) = DB(6) = \{x_B, y_B, x'_B, y'_B, x''_B, y''_B\}$; $R = l_{BC}$; $PFR(3) = PF2(3) = \{\varphi_2, \varphi'_2, \varphi''_2\}$.

Найти: $DC(6) = \{x_C, y_C, x'_C, y'_C, x''_C, y''_C\}$.

4. Модуль 6.

Дано: $DC(6) = \{x_C, y_C, x'_C, y'_C, x''_C, y''_C\}$; $PFH(3) = \{(\varphi_2 - \pi/2), \varphi'_2, \varphi''_2\}$; $x_E = \text{const}$.

Найти: $PH(3) = \{h, h', h''\}$, $DE(6) = \{x_E, y_E, 0., y'_E, 0., y''_E\}$.

5. Модуль 3.

Для расчета координат точки S_2.

Дано: $DB(6) = \{x_B, y_B, x'_B, y'_B, x''_B, y''_B\}$; $R = l_{DS2}$; $PFR(3) = \{\varphi_2, \varphi'_2, \varphi''_2\}$.

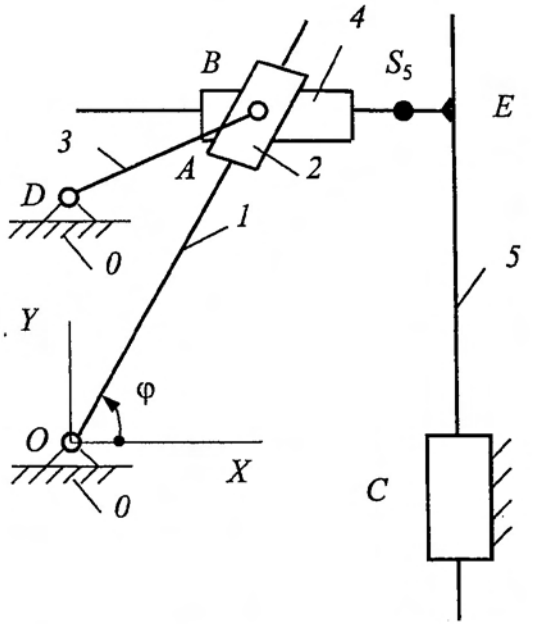
Найти: $DS2(6) = \{x_{S2}, y_{S2}, x'_{S2}, y'_{S2}, x''_{S2}, y''_{S2}\}$.

Пример 5. Кулисный механизм, входным звеном которого является коромысло

Проведем структурный анализ механизма, выбрав в качестве обобщенной координаты угол φ. Получим следующую формулу строения механизма:

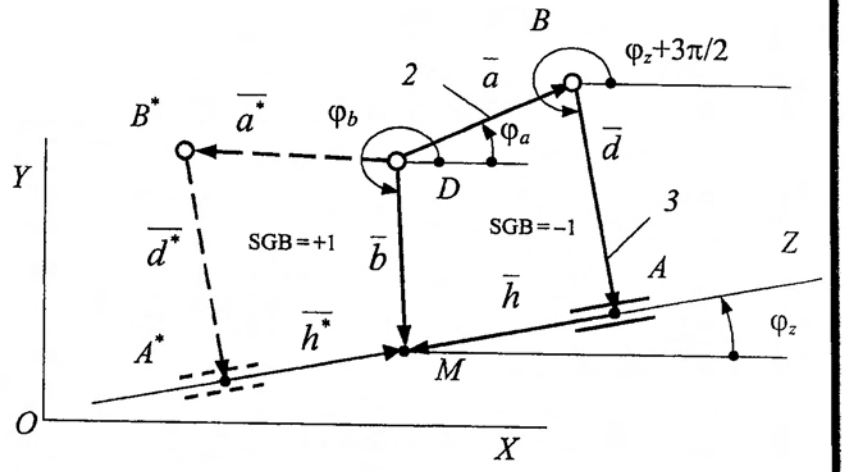
$$\underset{\text{в}}{\text{I}(0,1)} \rightarrow \underset{\text{ПВВ}}{\text{II}(2,3)} \rightarrow \underset{\text{ВПП}}{\text{II}(4,5)}.$$

По сравнению с механизмами, рассмотренными ранее, строение данного механизма обладает одной существенной особенностью, которая не позволяет начать кинематический анализ с расчета группы $\underset{\text{в}}{\text{I}(0,1)}$ модулем 1. Эта особенность заключается в том, что следующая группа $\underset{\text{ПВВ}}{\text{II}(2,3)}$ присоединяется к начальному звену не вращательной, а поступательной кинематической парой *A*. Поэтому расстояние l_{OA} не постоянно, а зависит от положения звена *1*, т.е. направляющая для ползуна является подвижной. Анализ механизмов подобного типа следует начинать сразу с расчета присоединенной к начальному звену группы.



Модуль 7. Группа $\underset{\text{ПВВ}}{\text{II}(2,3)}$ с подвижной направляющей для ползуна.

Усложним конфигурацию группы. Рассмотрим общий случай, когда ось поступательной пары *A* (ось *Z*) не проходит через внутренний шарнир *B*, а отстоит от него на некотором расстоянии *d*.



Положение группы при плоском движении определяется положением связанных со звеньями векторов $\bar{a} = \overline{DB}$ и $\bar{d} = \overline{BA}$. При фиксированных положениях внешнего шарнира D и оси Z возможны два варианта сборки группы (на рисунке второй вариант показан штриховой линией), которые будем отличать с помощью числового признака сборки $SGB = \pm 1$: если обход кинематических пар D, B и C (внешний шарнир → внутренний шарнир → поступательная пара) совершается по ходу часовой стрелки, то $SGB = -1$; если против хода, то $SGB = +1$.

Задача кинематики формулируется следующим образом.

Дано: $DD(6) = \{x_D, y_D, x'_D, y'_D, x''_D, y''_D\}$; $l_{BD} = a = \text{const}$; $l_{BA} = d = \text{const}$

Движение оси Z поступательной пары определяется заданными параметрами некоторой ее произвольной точки M: $DM(6) = \{x_M, y_M, x'_M, y'_M, x''_M, y''_M\}$, и угловыми параметрами: $PFZ(3) = \{\varphi_Z, \varphi'_Z, \varphi''_Z\}$.

Найти: $PFA(3) = \{\varphi_a, \varphi'_a, \varphi''_a\}$; $PH(3) = \{h, h', h''\}$.

Введем «базовый» вектор $\bar{b} = \overline{DM}$, связывающий заданные точки D и M. Тогда условие замкнутости векторного контура $DBCM$ имеет вид

$$\bar{b} = \bar{a} + \bar{d} + \bar{h}. \qquad (2.26)$$

Параметры вектора $\bar{b}$: $DB(6) = \{b, \varphi_b, b'_X, b'_Y, b''_X, b''_Y\}$, определяются согласно алгоритму

$$\begin{aligned} b_X &= x_M - x_D, & b_Y &= y_M - y_D, \\ b'_X &= x'_M - x'_D, & b'_Y &= y'_M - y'_D, \\ b''_X &= x''_M - x''_D, & b''_Y &= y''_M - y''_D, \\ b &= |\bar{b}| = \sqrt{b_X^2 + b_Y^2} & \varphi_b &= \operatorname{arctg}(b_y / b_x) \end{aligned} \qquad (2.27)$$

и считаются известными.

Спроецируем уравнение (2.26) на оси координат и после перехода от тригонометрических функций углов $(\varphi_Z + 3\pi/2)$ и $(\varphi_Z + \pi)$ к функциям угла φ_Z получим

$$\begin{aligned} b\cos\varphi_b &= a\cos\varphi_a + d\cos\varphi_z \pm h\cos\varphi_z, \\ b\sin\varphi_b &= a\sin\varphi_a - d\sin\varphi_z \pm h\sin\varphi_z. \end{aligned} \qquad (2.28)$$

Знак перед h в (2.28) зависит от направления вектора $\bar{h}$ относительно оси Z поступательной пары (при совпадении направления вектора $\bar{h}$ с направлением оси Z получается знак плюс, в противном случае — знак минус), что, в свою очередь, зависит от выбора точки M на оси Z. Чтобы сделать алгоритм расчета h инвариантным относительно выбора точки M, будем условно считать, что вектор $\bar{h}$ совпадает по направлению с осью Z независимо от положения точки M, тогда систему уравнений (2.28) будем всегда записывать со знаком плюс перед h, и если при ее решении значение h получится отрицательным, то это будет означать, что вектор $\bar{h}$ в действительности имеет противоположное направление.

Учитывая сказанное, перепишем систему (2.28) в виде

$$\begin{aligned} b\cos\varphi_b - d\sin\varphi_z - h\cos\varphi_z &= a\cos\varphi_a, \\ b\sin\varphi_b + d\cos\varphi_z - h\sin\varphi_z &= a\sin\varphi_a. \end{aligned} \qquad (2.28a)$$

Возведя в квадрат обе части уравнений (2.28а) и складывая их, имеем

$$b^2 + d^2 + h^2 + 2bd\sin(\varphi_b - \varphi_Z) - 2bh\cos(\varphi_b - \varphi_Z) = a^2. \qquad (2.29)$$

Уравнение (2.29) является квадратичным относительно h:

$$h^2 - 2bh\cos(\varphi_b - \varphi_Z) + \left[b^2 + d^2 - a^2 + 2bd\sin(\varphi_b - \varphi_Z)\right] = 0. \quad (2.30)$$

При решении (2.30) получаем два значения h, соответствующие двум вариантам сборки группы:

$$h = b\cos(\varphi_b - \varphi_Z) + \mathrm{SGB}\sqrt{a^2 - \left[d + b\sin(\varphi_b - \varphi_Z)\right]^2}. \quad (2.31)$$

Далее из (2.28а) найдем тригонометрические функции угла φ_a:

$$\begin{aligned} \sin\varphi_a &= \left(b\sin\varphi_b + d\cos\varphi_z - h\sin\varphi_z\right)/a, \\ \cos\varphi_a &= \left(b\cos\varphi_b - d\sin\varphi_z - h\cos\varphi_z\right)/a. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Учитывая, что $b\cos\varphi_b = b_X$, $b\sin\varphi_b = b_Y$, перепишем систему (2.28а) в виде

$$\begin{aligned} h\cos\varphi_z + a\cos\varphi_a &= b_X - d\sin\varphi_z, \\ h\sin\varphi_z + a\sin\varphi_a &= b_Y + d\cos\varphi_z. \end{aligned} \quad (2.33)$$

После дифференцирования (2.33) по обобщенной координате φ получим систему линейных уравнений относительно неизвестных h' и φ'_a:

$$\begin{aligned} h'\cos\varphi_z - \varphi'_a a\sin\varphi_a &= b'_X + h\varphi'_z\sin\varphi_z - d\varphi'_z\cos\varphi_z, \\ h'\sin\varphi_z + \varphi'_a a\cos\varphi_a &= b'_Y - h\varphi'_z\cos\varphi_z - d\varphi'_z\sin\varphi_z. \end{aligned} \quad (2.34)$$

При повторном дифференцировании (2.34) получаем систему линейных уравнений относительно неизвестных h'' и φ''_a:

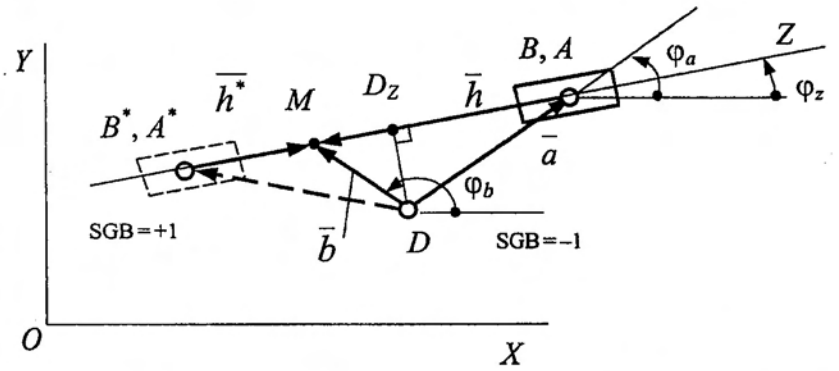
$$\begin{aligned} &h''\cos\varphi_z - \varphi''_a a\sin\varphi_a = b''_X + a(\varphi'_a)^2\cos\varphi_a + \\ &+\left[2h'\varphi'_Z + h\varphi''_Z + d(\varphi'_z)^2\right]\sin\varphi_z + \left[h(\varphi'_z)^2 - d\varphi''_Z\right]\cos\varphi_z, \\ &h''\sin\varphi_z + \varphi''_a a\cos\varphi_a = b''_Y + a(\varphi'_a)^2\cos\varphi_a - \\ &-\left[2h'\varphi'_Z + h\varphi''_Z + d(\varphi'_z)^2\right]\cos\varphi_z + \left[h(\varphi'_z)^2 - d\varphi''_Z\right]\sin\varphi_z. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Системы уравнений (2.34), (2.35) решаются по правилу Крамера.

Рассмотрим частный случай конфигурации группы $\mathrm{II}(2,3)_{\text{ПВВ}}$, когда ось поступательной пары A (ось Z) проходит через внутренний

шарнир B (при этом $d = BA = 0$). Эта конфигурация в механизмах встречается наиболее часто.

Ниже на рисунке показаны оба возможных варианта сборки группы. *Знак числового признака сборки* определяют по следующему правилу: если обход контура DBD_Z (где D — внешняя вращательная пара, B — внутренняя вращательная пара, D_Z — проекция внешней пары на ось Z поступательной пары) совершается по ходу часовой стрелки, то $\mathrm{SGB} = -1$, если против хода, то $\mathrm{SGB} = +1$.



Постановка задачи кинематики в этом случае ничем не отличается от рассмотренного общего случая, за исключением того, что *направление оси Z* здесь определяется поворотом вектора DD_Z против хода часовой стрелки на 90°. Очевидно, что результаты, полученные для общего случая, будут справедливы и для рассматриваемого, если в формулах (2.27)—(2.35) положить $d = 0$.

Вернемся к механизму, описанному в примере 5. Для расчета его кинематических параметров необходимо последовательно использовать два расчетных модуля: 7 и 3.

Расчет структурной группы $\mathrm{II}(2,3)_{\text{ПВВ}}$ выполняется модулем 7.

Ось Z поступательной пары группы в данном случае совпадает с осью OA входного звена *1*. Произвольная точка M этой оси может быть совмещена с шарниром O, а положительное направление оси получено поворотом вектора DD_Z против хода часовой стрелки на 90°. Связь между угловыми параметрами движения оси Z

$(\varphi_Z, \varphi'_Z, \varphi''_Z)$ и входного звена *1* $(\varphi, \varphi', \varphi'')$ определяется очевидными соотношениями

$$\varphi_Z = \varphi,\ \varphi'_Z = \varphi',\ \varphi''_Z = \varphi''.$$

Вектор $\bar{h} = \overline{BM}$ определяет параметры относительного движения в поступательной паре *A* звеньев *1* и *2*. Поскольку обход точек DBD_Z совершается по направлению движения часовой стрелки, то числовой признак сборки группы SGB = –1. Поэтому в данном случае для модуля 7:

Дано: $DD(6) = \{x_D, y_D, 4\times 0.\}$, $DM(6) = \{6\times 0.\}$, $a = l_{BD} = \text{const}$, $d = 0$, $SGB = -1$, $PFZ(3) = \{\varphi, \varphi', \varphi''\}$.

Найти: $PF3(3) = \{\varphi_3, \varphi'_3, \varphi''_3\}$, $PH(3) = \{h, h', h''\}$.

Далее, определив угловые параметры вектора $\overline{DB}$, можно определить параметры точки *B*, принадлежащей звеньям *2* и *3*. Для этого необходимо использовать расчетный модуль 3.

Дано: $DD(6) = \{x_D, y_D, 4\times 0.\}$, $a = l_{BD} = \text{const}$, $PF3(3) = \{\varphi_3, \varphi'_3, \varphi''_3\}$.

Найти: $DB(6) = \{x_B, y_B, x'_B, y'_B, x''_B, y''_B\}$.

Расчет структурной группы $\underset{\text{ВПП}}{\text{II}}(4, 5)$.

Конфигурация этой группы соответствует частному случаю, поэтому нет необходимости проводить анализ группы в полном объеме, предусматривающем определение параметров относительного движения в поступательных парах *B*(4,5) и *C*(5,0). Поскольку нас интересуют только параметры движения центра масс S_5 ползуна *5*, то, учитывая характер движения этого звена, искомые параметры можно определить по очевидным соотношениям, сформировав массив $DS_5(6) = \{x_{S5}, y_{S5}, x'_{S5}, y'_{S5}, x''_{S5}, y''_{S5}\}$:

$$x_{S5} = x_E - l_{ES5};\ y_{S5} = y_B;$$
$$x'_{S5} = 0.;\ y'_{S5} = y'_B;$$
$$x''_{S5} = 0.;\ y''_{S5} = y''_B,$$

где x_E — заданная координата точки *E* ползуна *5* (смещение оси поступательной пары *C*(5,0) относительно начала координат); l_{ES5} — заданное расстояние между точками *E* и S_5; значения y_B, y'_B, y''_B содержатся в уже найденном массиве *DB*.

На этом поставленная задача кинематического анализа рассматриваемого в примере 5 механизма является выполненной.

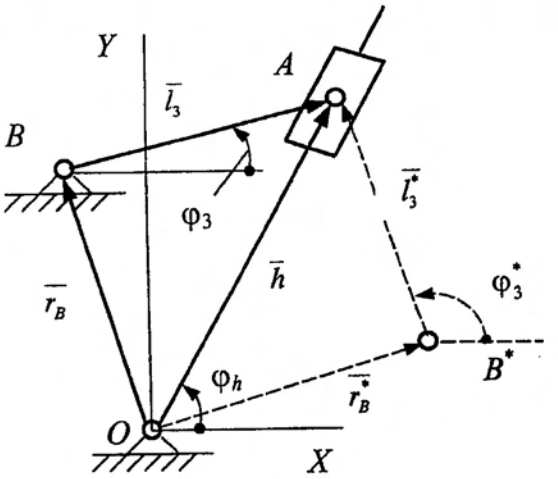
Пример 6. Неассуров механизм, в котором в качестве обобщенной координаты принимается относительное перемещение подвижных звеньев в одной из кинематических пар

Пусть движение звеньям механизма (см. схему механизма в примере 5) сообщается не с помощью вращения звена *1*, а путем задания относительного перемещения в поступательной паре звеньев *1* и *2*. Тогда задачу кинематики можно сформулировать следующим образом: для некоторого положения механизма *заданы* значения относительного перемещения $h = s_{12}$ (s_{12} — обобщенная координата), обобщенных скорости $h' = v_{12}$ и ускорения $h'' = a_{12}$ в поступательной паре *A*. Требуется рассчитать кинематические параметры звеньев *3* и *5*.

Запишем формулу строения механизма:

$$\underset{W=1}{\Gamma(0,1,2,3)} \rightarrow \underset{\text{ВПП}}{\text{II}}(4,5).$$

Модуль 8. Расчетная схема первой структурной группы, в состав которой входит начальная кинематическая пара *A*, показана на рисунке.



Дано: $DB(6)=\{x_B, y_B, 4\times 0.\}$, $l_{AB}=l_3=\text{const}$, $PH(3)=\{h,h',h''\}$.
Найти: $PFH(3)=\{\varphi_h,\varphi_h',\varphi_h''\}$, $PF3(3)=\{\varphi_3,\varphi_3',\varphi_3''\}$.
Условие замкнутости:

$$\bar{h}=\bar{r}_B+\bar{l}_3.$$

В проекциях на оси координат:

$$\begin{aligned} h\cos\varphi_h &= x_B + l_3\cos\varphi_3,\\ h\sin\varphi_h &= y_B + l_3\sin\varphi_3. \end{aligned} \qquad (2.36)$$

Возведем каждое из уравнений в квадрат и сложим. Обозначив $k^2=x_B^2+y_B^2$ и $c=\dfrac{h^2-k^2-l_3^2}{2l_3}$, получим

$$x_B\cos\varphi_3 + y_B\sin\varphi_3 = c.$$

Заменим в уравнении $\sin\varphi_3$ и $\cos\varphi_3$ через тангенс половинного угла φ_3:

$$\sin\varphi_3=\frac{2\,\mathrm{tg}(\varphi_3/2)}{1+\mathrm{tg}^2(\varphi_3/2)},\quad \cos\varphi_3=\frac{1-\mathrm{tg}^2(\varphi_3/2)}{1+\mathrm{tg}^2(\varphi_3/2)}. \qquad (2.37)$$

Это приведет к квадратному уравнению:

$$[c+x_B]\cdot\mathrm{tg}^2(\varphi_3/2)-2y_B\cdot\mathrm{tg}(\varphi_3/2)+[c-x_B]=0.$$

Его решение:

$$\mathrm{tg}(\varphi_3/2)=\frac{y_B+\mathrm{SGB}\cdot R}{c+x_B}, \qquad (2.38)$$

где $R=\sqrt{k^2-c^2}$, $\mathrm{SGB}=\pm 1$ — признак сборки (вторая сборка показана на рисунке штриховой линией). Признак $\mathrm{SGB}=+1$, если обход контура *OBA* совершается по ходу часовой стрелки, что соответствует основной сборке механизма.

Далее, вычислив $\mathrm{tg}(\varphi_3/2)$ по формуле (2.38), находим $\sin\varphi_3$ и $\cos\varphi_3$ из соотношений (2.37). Выражения для $\sin\varphi_h$ и $\cos\varphi_h$ получим из (2.36):

$$\sin\varphi_h=\frac{y_B+l_3\sin\varphi_3}{h},\quad \cos\varphi_h=\frac{x_B+l_3\cos\varphi_3}{h}.$$

Зная две функции угла, найдем угол:

$$\varphi_h=\mathrm{arctg}(\sin\varphi_h/\cos\varphi_h).$$

Аналогично для угла φ_3:

$$\varphi_3=\mathrm{arctg}(\sin\varphi_3/\cos\varphi_3).$$

Таким образом, первые элементы массивов $PFH(3)$ и $PF3(3)$ будут найдены.

Для решения задачи о скоростях и ускорениях можно использовать алгоритм, приведенный в модуле 5.

Итак, предложенный в разд. II подход к алгоритмизации задач кинематики может быть рекомендован для анализа и синтеза плоских рычажных механизмов, составленных лишь из диад (групп Ассура II класса) и кинематических групп с числом звеньев не более трех.

III. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

Использование специализированных программных средств для анализа кинематики и кинетостатики механизмов является одним из наиболее эффективных средств повышения производительности при расчете параметров механизма и анализе его свойств.

Опишем решение задач кинематики и кинетостатики механизма, представленного на рис. 1.1, с помощью программы DIADA. Программа DIADA является диалоговой вычислительной системой, в которой необходимо заполнить таблицы, возникающие на экране, и последовательно ответить на вопросы, задаваемые машиной. Введенный таким образом механизм, описанный *словесно*, затем визуализируется, т.е. дается экранное изображение его кинематической схемы, показываются при необходимости планы скоростей, ускорений и сил, выводятся графики изменения некоторых кинематических и силовых величин.

Для работы с программным комплексом прежде всего необходимо задать систему координат и обозначить буквами или цифрами все кинематические пары и звенья. Сохраним начало координат в паре *A*, как на рис. 1.1. Сохраним также имена пар и номера звеньев. В каждой *поступательной* паре механизма нужно дополнительно провести вектор положительного направления отсчета. Вектор совпадает с направляющей поступательной пары и может быть повернут вдоль нее в произвольную сторону. Этот вектор потребуется для задания ориентации поступательной пары в системе координат при идентификации сборки механизма.

Первый этап — описание структуры механизма

Этап 1.1. Заполняем таблицу пар (пары могут перечисляться в любом порядке). Тип пары (вращательная или поступательная) отмечают соответственно латинскими буквами **R** или **P**. Имена пар (не длиннее двух латинских букв или цифр) можно набирать в любом регистре — они автоматически преобразуются в верхний регистр. Итак:

ТИП	ИМЕНА ЗВЕНЬЕВ		ИМЯ ПАРЫ
R	1	2	B
R	2	3	C
R	3	0	D
P	2	4	L2
R	4	5	H4
P	5	0	H5
R	1	0	A
␣			

␣ — пробел, поскольку в механизме пар больше нет.

При явных ошибках набора для удаления строки с неправильно введенной парой можно воспользоваться специальным оператором **Erase**, нажав для этого клавишу <E>. Особенности программы таковы, что при неправильном наборе при вводе пар удалить можно только описание *всей* кинематической пары, т.е. только после полностью законченного набора всей строки таблицы, следовательно, удаляется только *полная* строка. Если ошибка замечена, например, сразу после ввода имени одного из звеньев пары и, следовательно, дальнейший ввод не имеет смысла, то рекомендуется все-таки закончить формальный ввод пары, вводя произвольную информацию, и затем сразу же исключить ее оператором **Erase**. Работа оператора заканчивается служебной фразой `"Пара исключена"`.

При вводе также осуществляется текущий контроль правильности структурного описания механизма, исключающий некоторые явные ошибки типа повтора имен, дублирования информации и др. Крупные ошибки в описании структуры машина выявить не сможет. Сообщение о типе ошибки, которое заканчивается служебной фразой `"Информация не принята"`, выводится на экран. Это означает, что введенная ошибочная строка диалога проигнорирована машиной, и поэтому верную информацию следует ввести заново, а не исправлять ошибочную средствами редактора.

Некоторые виды небольшой коррекции структуры механизма (например, смена типа пары или изменение порядка записи звеньев в строке описания пары) можно проводить без исключения заменяемой пары. Проведенная замена сопровождается служебной фразой `"Информация принята"`, которая в данном случае является просто справочной.

Если имя пары повторяется при описании пар, то система предполагает, что задается ***кратная*** пара (двойной шарнир), о чем на экране появляется соответствующее сообщение. Если повтор имени произошел в результате ошибки, то ошибочную пару следует удалить, однако нужно иметь в виду, что при этом одновременно удалятся и все ранее введенные пары с тем же именем, следовательно, их ввод необходимо будет повторить.

После полного описания механизма, т.е. перечисления всех его пар, в столбце `"ТИП"` набирается пробел, что является признаком окончания ввода. После этого на экран выводятся последовательно две таблицы — таблица введенных пар и таблица звеньев механизма, сформированная машиной по введенным парам. В таблице пар поступательные пары помечаются дополнительным тире: `"P-"`. Убеждаемся, что число степеней свободы $W = 1$. Теперь на вопрос: `"Все пары перечислены ?"` — отвечаем утвердительно: **Y**. В противном случае ($W \neq 1$) либо были перечислены не все пары ($W > 1$), либо указаны лишние ($W < 1$). Тогда ответ **N** вернет нас на этап заполнения таблицы пар. Неправильность описания всегда можно выявить, анализируя таблицу введенных пар и справочную таблицу звеньев, показывающие, какие звенья соединяет пара и какие пары находятся на звене. Лишние пары нужно исключить

оператором **Erase**, введя для этого в столбце "ТИП" символ *E* и имя исключаемой пары.

Этап 1.2. Выбираем стойку. На подсказку машины "Стойка – звено ␣" вводим номер звена *0* (согласно схеме механизма).

Этап 1.3. Выбираем начальное звено. На подсказку машины "Начальное звено – звено ␣" вводим номер звена 1.

Этап 1.4. На этом этапе требуется задать имена дополнительным точкам на звеньях. Существуют две группы дополнительных точек — одна группа связана с силовым анализом (центры масс, точки приложения сил), а другая — точки, специально отмеченные на звеньях, например для анализа их траекторий. В нашем случае на вопрос о проведении силового анализа дадим утвердительный ответ, и дальнейший порядок диалога будет следующим.

Этап 1.4.1. Отмечаем центры масс на звеньях. Для этого последовательно по подсказке машины вводим имена точек, обозначающих центры масс:

```
На звене 1 точка S1
На звене 3 точка S3
На звене 2 точка S2
На звене 4 точка ␣
На звене 5 точка S5
```

Вместо имени точки на четвертом звене был введен пробел, поскольку для этого звена не была задана масса, следовательно, в силовом анализе звено участвовать не будет. Будьте внимательны, так как точки появляются не в порядке возрастания номеров звеньев и не в порядке последовательности их ввода, а в том порядке, в каком они хранятся в таблицах машины.

Этап 1.4.2. Отмечаем точки приложения сил на звеньях. Для этого последовательно вводим имена звеньев, к которым приложены силы, и даем имена точкам их приложения:

```
На звене 5 точка F5
На звене ␣
```

Вместо имени последнего звена был введен пробел, так как других внешних сил, приложенных к звеньям нашего механизма, не задано. Силы, если их несколько, могут задаваться в любой последовательности.

Этап 1.4.3. Отмечаем прочие точки, представляющие интерес. В нашем примере таких точек нет.

Если проводится только расчет кинематики механизма, то на вопрос о проведении силового анализа необходимо давать отрицательный ответ. В этом случае этапы 1.4.1 и 1.4.2 программой пропускаются, однако всегда центры масс звеньев и точки приложения сил можно описать на этапе 1.4.3 как обычные точки, если бы мы хотели, например, определить их скорости и ускорения.

Этап 1.5. Заполняем таблицу групп Ассура, т.е. перечисляем структурные группы механизма, начиная с группы, связанной с начальным звеном:

```
  ТИП   ¦ ИМЕНА ЗВЕНЬЕВ ¦ НОМЕР ДИАДЫ
Диада   ¦   2   ¦   3   ¦      1
Диада   ¦   4   ¦   5   ¦      2
```

Имена звеньев могут перечисляться в любом порядке, например, для первой диады допустим ввод:

```
Диада   ¦   3   ¦   2   ¦      1
```

Номера диад вводить не нужно — этот столбец заполняется системой автоматически. Группы перечисляются в порядке возможности их анализа. Это означает, что внешние пары вводимой группы должны находиться на начальном звене или на стойке, или быть на звеньях уже введенных ранее групп. За правильностью порядка ввода групп система следит сама, выдавая соответствующие сообщения.

Если все введено правильно и ничего не забыто, то на вопрос: "Описание структуры механизма сделано верно ?" — можно ответить утвердительно: *Y*. При отрицательном ответе система автоматически возвращается на начальный этап ввода 1.1.

В качестве итога ввода на экране появляется таблица, где перечислен порядок анализа механизма системой. В таблице кроме групп будут указаны и стойка, и начальное звено, и все описанные точки. Эта таблица носит сугубо справочный характер.

Второй этап — задание размеров механизма

Этап 2.1. Первыми задаются координаты пар стойки. Диалог будет иметь вид:

Для вращательных пар:

```
(Тип R) Координаты пары D:  x=-0.35  y=-0.27
```

Для поступательной пары:

```
(Тип P) Координаты какой-либо точки, лежащей
на направляющей пары H5:  x=-0.42  y= 0
   Угол до положительного направления пары H5
   от оси абсцисс (в град.)  Fi= 90
```

Видно, что поступательная пара задается вектором своего положительного направления — точкой его приложения и его ориентацией. Точка на направляющей поступательной пары может быть любой — мы выбрали точку, лежащую на пересечении направляющей пары **H5** с осью ординат.

Еще раз напоминаем, что угол **Fi** имеет положительный знак при отсчете против хода часовой стрелки и отрицательный при противоположном направлении отсчета. В нашем случае угол положительный, поскольку положительное направление оси направляющей пары **H5** мы приняли направленным вверх.

Заканчиваем ввод пар стойки:

```
(Тип R) Координаты пары A:  x= 0  y= 0,
```

так как точка **A** — это начало координат.

Этап 2.2. На этом этапе задаются размеры звеньев. Расстояния задаются в метрах, а углы — в градусах. Диалог в нашем случае будет иметь следующий вид:

```
Звено 1
   Расстояние между шарнирами A и B равно   0.07
Звено 3
   Расстояние между шарнирами C и D равно   0.15
Звено 2
   Расстояние между шарнирами B и C равно   0.3
Звено 4
   Лежит ли вращательная пара H4
   на направляющей поступательной пары L2 ?   Y
Звено 5
   Лежит ли вращательная пара H4
   на направляющей поступательной пары H5 ?   Y
```

В обоих случаях (и для звена 4, и для звена 5) ответ был дан утвердительный, поскольку из чертежа видно, что вращательная пара **H4** лежит на пересечений линий направляющих поступательных пар **L2** и **H5**.

Этап 2.3. Это этап выбора нужной сборки для каждой из описанных структурных групп. Диалог будет иметь такой вид:


```
Группа (1-го вида)  B -C -D :
Пары B, C и D обходятся ПО часовой стрелке ? N
Группа (4-го вида)  L2 -H4 -H5
```

Никаких вопросов по группе 4-го вида не задается, поскольку в данном случае у нее нет вариантов сборки, которые нужно выбрать.

Этап 2.4. Здесь задается положение выделенных точек на звеньях. Особенность программы заключается в том, что на одном звене могут находиться только две пары. Каждая следующая пара (третья и все последующие) трактуется системой как дополнительная точка на звене и обрабатывается по правилам обработки точек. Это никак не сказывается на форме вывода результатов или графическом изображении механизма и приводит лишь к тому, что задание положений таких пар делается на этапе описания точек.

Диалог для нашего механизма будет иметь вид:

```
Звено 2
   Лежит ли вращательная пара B
   на направляющей поступательной пары L2 ?  N
   Длина перпендикуляра, опущенного из пары B
   на направляющую пары L2, равна 0.3
```

Длина перпендикуляра — это в данном случае длина **BC**, поскольку угол **BCL2** равен 90°.

Больше точек в механизме не задано, и теперь начинается диалог задания центров масс и точек приложения внешних сил:

```
   Положение центров масс
   Расстояние от пары A до центра масс S1 звена 1
равно    0
   Расстояние от пары B до центра масс S2 звена 2
равно    0.2
   Угол от вектора BC до вектора BS2 равен      0
   Расстояние от пары D до центра масс S3 звена 3
равно    0
   Расстояние от пары H4 до центра масс S5 звена 5
равно    0
```

Поскольку расстояния до точек **S1**, **S3** и **S5** нулевые, вопросов об углах ориентации векторов до этих точек машиной не задается (для определенности в системе они принимаются нулевыми).

```
   Положение точек приложения сил
   Расстояние от пары H4 до точки F5 приложения силы
к звену 5 равно    0
```

Последним вопросом этого этапа будет:

```
Положение всех точек на звеньях задано правильно? Y
```

Этот вопрос задается системой, чтобы можно было, еще не приступив к анализу механизма, скорректировать некоторые заведомо неверно введенные размеры и признаки.

Этап 2.5. Задание масс и сил

Этап 2.5.1. Задание инерционных характеристик тех звеньев, для которых на этапе 1.4.1 были заданы центры масс:

```
Звено 1.     Масса звена равна (в кг)          60
   Момент инерции звена равен (в кг*м*м)        5
Звено 3.     Масса звена равна (в кг)          70
   Момент инерции звена равен (в кг*м*м)        0.5
Звено 2.     Масса звена равна (в кг)          40
   Момент инерции звена равен (в кг*м*м)        2
Звено 5.     Масса звена равна (в кг)          50
   Момент инерции звена равен (в кг*м*м)        0
```

Для звена 5 момент инерции не был задан, поэтому в расчете мы им пренебрегаем, т. е. приравниваем к нулю. Звенья появляются в том же порядке, в каком давались имена центрам масс.

Этап 2.5.2. Задание внешних сил:

```
Сила, приложенная в точке F3 звена 3,равна 6000 Н
Наклон вектора силы к оси абсцисс
                    равен (в град.)          90
```

Углы, как и раньше, задаются в градусах и имеют знак. Силы веса нет необходимости описывать как внешние силы — они рассчитываются системой автоматически по заданным массам звеньев.

Этап 2.5.3. Задание внешних моментов, действующих на звенья:

```
Внешний момент на звене 3 равен 0 Н*м
Внешний момент на звене 2 равен 0 Н*м
Внешний момент на звене 5 равен 0 Н*м
```

На этом этапе автоматически перечисляются все подвижные звенья, кроме начального звена (в нашем случае звена 1). Это исключение начального звена связано с тем, что при кинетостатическом расчете будет определяться уравновешивающий момент именно на начальном звене, и наличие дополнительного внешнего момента на нем просто скорректирует значение расчетного уравновешивающего момента — поэтому его можно специально не

задавать. Звенья перечисляются в том порядке, в каком они хранятся в таблицах системы.

Последним вопросом описания механизма будет:

```
"Заданы размеры всех звеньев и точек ?".
```

Отвечая на него утвердительно Y, мы выходим из этапа задания размеров, и исправить что-либо в механизме можно будет только через строку главного меню ИЗМЕНЕНИЕ РАЗМЕРОВ.

Третий этап — этап визуальной проверки правильности описания механизма

Этот этап является последним при описании механизма с использованием клавиатуры, при вводе механизма из файла этот этап отсутствует. На нем требуется ввести угол поворота начального звена для того, чтобы машина смогла по введенным данным воспроизвести механизм на экране. Это самый эффективный способ самопроверки. Можно вводить любой угол, при котором механизм существует, но лучше всего ввести тот, который соответствует схеме, приведенной в задании или на эскизе, с которого, собственно, и описывался механизм. Обращаем Ваше внимание на то, что в программе DIADA принято в качестве положительного направления вращение *против* хода часовой стрелки и углы отсчитываются от оси абсцисс. Поэтому угол, заданный на рис. 1.1 величиной 30°, в программе следует заменить на угол 150°. После этого будет изображена схема механизма, сгенерированного машиной по введенным данным в процессе диалога. Нажатие любой клавиши выведет на главное меню программы.

Если схема механизма на экране соответствует заданной, то можно переходить к следующему этапу — собственно расчету кинематических и силовых характеристик, если же нет, то придется вернуться на один из начальных этапов. Особенность программы такова, что, возвратившись, например, на этап описания структуры механизма, необходимо будет затем повторить и весь диалог с заданием размеров механизма.

При сравнении машинной схемы механизма с заданной следует иметь в виду, что изображение структурной схемы на экране не всегда тождественно схеме задания, главным образом из-за некоторой неоднозначности в изображении ряда структурных групп.

Это касается в первую очередь групп 5-го и 3-го видов с поступательными парами. Всякое расхождение в изображениях схем следует внимательно анализировать. Если все-таки машина нарисовала схему, принципиально отличную от заданной, то ошибки нужно искать прежде всего в описании сборок и задании углов между векторами. Еще раз напомним, что углы задаются со знаком (положительный угол — при отсчете против движения часовой стрелки). Для коррекции механизма необходимо выйти из этапа, нажав любую клавишу, и перейти на пункт меню ИЗМЕНЕНИЕ РАЗМЕРОВ, где повторить ввод размеров, внимательно следя за направлением отсчета углов и правильностью задания признаков сборки. Для облегчения проведения этого этапа машина выдает подсказку о тех значения параметров, которые были введены ранее. С ними можно согласиться, набрав клавишу <Enter>, или отказаться и набрать новое значение, возможно, с другим знаком.

Иногда ошибки описания механизма столь велики, что машина не в состоянии по введенным данным нарисовать механизм. На экран выводится сообщение: **"Механизм не собирается"**. Единственной надежной рекомендацией в этом случае может быть только тщательный критический анализ всей введенной информации — размеров, сборки и даже структуры. Можно также попробовать изменить угол поворота начального звена, главным образом для того, чтобы все-таки увидеть механизм, который получился по введенным данным, и тем самым выявить этап, на котором допущена ошибка, поскольку ясно, что механизм описан неверно. Для этого нужно в главном меню выбрать опцию АНАЛИЗ КИНЕМАТИКИ И СИЛ, отказаться от вывода результатов в файл и на экран и получить изображение механизма на экране при другом угле начального звена.

Если структура механизма задана правильно, т.е. его изображение получилось *схожим* с заданным, то обычно бывает полезным сохранить механизм на диске, прежде чем переходить к следующему этапу. Это важно для того, чтобы не потерять всю введенную информацию из-за случайного сбоя при выводе результатов на печать, при просмотре движения механизма и экспериментах с масштабами. Для сохранения нужно выбрать опцию ВЫХОД в главном меню и утвердительно ответить на вопрос о сохранении файла диалога. Файлы диалога имеют расширение .DI.

В файле диалога сохраняется именно диалог со всеми имевшими место ошибками ввода информации и последующими их исправлениями. Никакой модификации его программа не делает.

Теперь можно снова запустить программу, выбрав в самом ее начале режим ввода данных *из файла*. При отсутствии в файле фатальных ошибок программа после его загрузки выйдет на главное меню (на строку опции ДВИЖЕНИЕ МЕХАНИЗМА). Можно сразу посмотреть движение механизма, нажав клавишу <Enter>. Клавишей <Пробел> это движение можно сделать пошаговым. Если при каких-либо положениях начального звена механизм не существует или положение его звеньев неопределенное, то на экране появляется предупреждающая надпись, и вместо полной схемы механизма изображается положение только одного начального звена, которое будет продолжать вращаться. В этом случае нужно сузить диапазон движения начального звена, задав начальное и конечное его положения, в пределах которых и будет осуществляться качательное движение кривошипа. Рассматриваемый в примере механизм (см. рис. 1.1) как раз и имеет такое качающееся движение. Посмотреть его в движении можно, задав углы 135 и 225° соответственно в качестве начального и конечного углов.

Одновременно с механизмом на экране изображаются планы аналогов скоростей и ускорений. На этом этапе они носят вспомогательный характер, отражают динамику изменения скоростей и ускорений и не предназначены для подробного анализа кинематики. Масштабы планов постоянны для всего диапазона движения механизма. Поэтому в случае, если имеется значительный перепад значений скоростей или ускорений, в некоторых положениях механизма планы могут выродиться — практически превратиться в точку, и не давать никакой информации. Если все-таки для этих положений форма плана скоростей или ускорений представляет интерес, то можно или сузить диапазон движения кривошипа вблизи интересующего положения, или изменить масштаб изображения соответствующего плана, для чего имеются экранные средства. Следует вначале выбрать соответствующий план клавишами <M>, <V> или <A> (механизм, скорость или ускорение), а затем многократным нажатием клавиш > (больше) или < (меньше) увеличить или уменьшить соответствующий план до необходимой величины, при этом стрелками его можно переместить в нужное

место экрана. Делать это следует осторожно, так как при беспредельном увеличении масштаба машина может «зависнуть». Если механизм не был сохранен, то он пропадет. Отметим попутно, что клавишей <–> (минус) корректируемый план можно вообще убрать с экрана, а затем клавишей <+> (плюс) восстановить.

Четвертый этап — кинематический и силовой анализ

Этот этап начинается после выбора строки меню АНАЛИЗ КИНЕМАТИКИ И СИЛ. При этом рассчитываются и выводятся в файл и (или) на экран положение, скорость и ускорение всех вращательных пар механизма и всех отмеченных точек на звеньях. Также рассчитываются и выводятся угловые положения, угловые скорости и ускорения всех подвижных звеньев, рассчитываются реакции во всех кинематических парах и уравновешивающий момент на ведущем звене. Для поступательных пар кроме самой силы реакции выводятся также координаты точки ее приложения (как правило, это основание перпендикуляра, опущенного из вращательной пары на направляющую поступательной пары) и момент сил реакции в паре, при этом положение точки нулевого момента не определяется. Для сил реакции дается информация о том, с какого на какое звено действует сила реакции.

Положения всех кинематических пар, точек, их скоростей, ускорений и сил определяются во введенной системе координат. Скорости, ускорения и силы реакции заданы модулями их векторов, угловым положением относительно оси абсцисс, а также дополнительно — проекциями на оси координат.

На этом же этапе можно увидеть *изображение* механизма на экране для любого положения начального звена и для этого же положения получить планы скоростей, ускорений и сил.

До начала собственно кинематического анализа предлагается определить, куда выводить результаты — цифровые значения *на печать* (в файл), цифровые значения *на экран* или сформировать на экране графическое *изображение* механизма для заданного положения начального звена. Можно выбирать любые комбинации вывода результатов.

При выводе *на печать* результаты записываются в файл, который имеет расширение .DIF в текстовом виде и который может

быть впоследствии или распечатан, или просто просмотрен на экране средствами редактора. Сделать, правда, это можно только после окончания анализа, т.е. выйдя из программы. Числовые результаты в файле организованы таблицами по шесть значений в строке, при этом данные сгруппированы по звеньям, парам или точкам, имена их выводятся в левом столбце таблицы. При формировании файла для печати, чтобы уменьшить его размер, можно отказаться от вывода *всех* вычисленных параметров и вывести в файл только часть их, хотя система будет рассчитывать их все без исключения, и поэтому скорость работы программы не увеличится.

Диалог для случая вывода в файл (*на печать*) или для вывода *на экран* значений всех кинематических параметров механизма для заданного углового положения начального звена 150° будет иметь вид:

```
   Задайте число анализируемых положений
начального звена :    1
   Начальное значение угла поворота звена 1
(в град):    150
   Угловая скорость звена 1 (рад/сек)        -20
   Угловое ускорение звена 1 (рад/сек/сек): 30
```

Затем задается серия вопросов о полноте вывода, т.е. о том, все ли результаты нужно выводить в файл, после этого и происходит собственно запись в файл, пока со служебным именем DIADA.DIF. При сбоях программы файл сохранится. При неполном выводе предлагается перечислить имена звеньев, пар и точек, кинематические характеристики которых будут храниться в файле, а также перечислить пары, реакции в которых будут выводиться. В рассматриваемой задаче не было никакого смысла выводить, например, скорости и ускорения точек `S1`, `S3`, `S5` и `F5`. Никакой проверки на правильность имен не проводится, и ошибочные имена просто игнорируются.

Приведем пример распечатки файла кинематического расчета разбираемого механизма. Файл был сохранен под именем TIM.DIF. Выводились *все* кинематические и силовые параметры.

```
Program DIADA v4.1 Serial Number 41D400 F
D:22.3.2000 T:17.07.18
TIM----------------------------------------
 Угловое положение подвижных звеньев (град.,
рад/сек, рад/сек/сек)
```

```
Имя          1
1    Fi   150.00
 Omega   -20.000
   Eps    30.000
3    Fi    83.54
 Omega   -16.025
   Eps  -527.354
2    Fi  -145.26
 Omega     8.122
   Eps   145.439
4    Fi   124.74
 Omega     8.122
   Eps   145.439
5    Fi    90.00
 Omega     0.000
   Eps     0.000
```

Приведенный момент инерции подвижных звеньев (кг*м*м)

```
Имя          1
3 J(п)   0.0000
 J(вр)   0.3210
 J(пр)   0.3210
2 J(п)   0.3866
 J(вр)   0.3299
 J(пр)   0.7165
4 J(п)   0.0000
 J(вр)   0.0000
 J(пр)   0.0000
5 J(п)   0.1253
 J(вр)   0.0000
 J(пр)   0.1253

J(сум)   6.1628
```

Уравновешивающий момент на звене 1 (Н*м)

```
     M -595.3127
```

Подвижные кинематические пары и точки (метры, м/сек, м/сек/сек; углы - в град)

```
Имя          1
B     X  -0.0866
      Y   0.0500
```



```
   |V|    2.0000
 уг. V   60.00
 пр.Vx    1.0000
 пр.Vy    1.7321
   |a|   40.1123
 уг. a  -34.29
 пр.ax   33.1410
 пр.ay  -22.5981
S1   X    0.0000
     Y    0.0000
   |V|    0.0000
 уг. V   90.00
 пр.Vx    0.0000
 пр.Vy    0.0000
   |a|    0.0000
 уг. a   90.00
 пр.ax    0.0000
 пр.ay    0.0000
C    X   -0.3331
     Y   -0.1210
   |V|    2.4038
 уг. V   -6.46
 пр.Vx    2.3886
 пр.Vy   -0.2704
   |a|   87.9842
 уг. a  -32.42
 пр.ax   74.2686
 пр.ay  -47.1742
S2   X   -0.2510
     Y   -0.0640
   |V|    1.9662
 уг. V   11.65
 пр.Vx    1.9257
 пр.Vy    0.3971
   |a|   72.0212
 уг. a  -32.77
 пр.ax   60.5594
 пр.ay  -38.9822
S3   X   -0.3500
     Y   -0.2700
   |V|    0.0000
 уг. V   90.00
```

```
 пр.Vx    0.0000
 пр.Vy    0.0000
   |a|    0.0000
 уг. a   90.00
 пр.ax    0.0000
 пр.ay    0.0000
H4   X   -0.4200
     Y    0.0043
   |V|    1.0012
 уг. V   90.00
 пр.Vx    0.0000
 пр.Vy    1.0012
   |a|   47.5706
 уг. a  -90.00
 пр.ax   -0.0000
 пр.ay  -47.5706
S5   X   -0.4200
     Y    0.0043
   |V|    1.0012
 уг. V   90.00
 пр.Vx    0.0000
 пр.Vy    1.0012
   |a|   47.5706
 уг. a  -90.00
 пр.ax   -0.0000
 пр.ay  -47.5706
F5   X   -0.4200
     Y    0.0043
   |V|    1.0012
 уг. V   90.00
 пр.Vx    0.0000
 пр.Vy    1.0012
   |a|   47.5706
 уг. a  -90.00
 пр.ax   -0.0000
 пр.ay  -47.5706

 Реакции в кинематических парах ( Н, Нм)
            1
Пара D стойки. Реакция на звено 3 со стороны звена 0
   |R|  1948.7199
 уг. R   153.88
 пр.Rx -1749.6841
```



```
 пр.Ry   857.9712
Пара H5 стойки. Реакция на звено 5 со стороны звена 0
   |R|  5929.8084
 уг. R   180.00
 пр.Rx -5929.8084
 пр.Ry     0.0013
Реакция приложена в основании перпендикуляра,
опущенного из пары H4 на направляющую пары H5
  Момент сил реакции на звено 5 со стороны звена 0
    M     0.0000
Пара A стойки. Реакция на звено 1  со стороны звена 0
   |R| 10646.7602
 уг. R    18.41
 пр.Rx 10101.8656
 пр.Ry  3362.4121
Пара B . Реакция на звено 1  со стороны звена 2
   |R| 10475.7683
 уг. R  -164.65
 пр.Rx-10101.8656
 пр.Ry -2773.8121
Пара C . Реакция на звено 2  со стороны звена 3
   |R|  1758.0468
 уг. R   174.41
 пр.Rx -1749.6841
 пр.Ry   171.2712
Пара L2. Реакция на звено 2  со стороны звена 4
   |R|  7216.0170
 уг. R  -145.26
 пр.Rx -5929.8065
 пр.Ry -4111.9698
Реакция приложена в основании перпендикуляра,
опущенного из пары H4 на направляющую пары L2
  Момент сил реакции на звено 2  со стороны звена 4
    M     0.0000
Пара H4. Реакция на звено 4  со стороны звена 5
   |R|  7216.0170
 уг. R  -145.26
 пр.Rx -5929.8065
 пр.Ry -4111.9698
```

К тексту файла полезно сделать несколько замечаний. Так, при выводе угловых положений звеньев условными буквами **Fi**,

Omega и **Eps** обозначены строки соответственно для углового положения, угловой скорости и углового ускорения звена, имя которого приведено в левом столбце строки **Fi**. Звено **5** в нашем механизме — это ползун, он, как мы видим, движется поступательно, и его угловое положение неизменно.

При выводе кинематических параметров пар и точек кроме координат (строки **X** и **Y**) выводятся также скорости и ускорения. Для каждой из этих характеристик отведено по четыре строки, например, для скорости — это модуль скорости (|**V**|), угловое положение вектора скорости (уг. **V**) и две проекции вектора скорости на оси координат (пр. **Vx** и пр. **Vy**). Строки для ускорений организованы аналогично. Имя пары — в левом столбце строки **X**.

При выводе реакций также даются четыре строки информации — о модуле силы (|**F**|), ее угловой ориентации (уг. **F**) и двух проекциях силы на оси координат (пр. **Fx** и пр. **Fy**). Кроме того, для сил дается текстовое указание о направлении действия силы, т.е. о том, с какого на какое звено действует выводимая сила реакции. Направление действия выводимой силы принимается системой автоматически в зависимости от порядка задания звеньев при описании пар на начальном этапе 1.1. Например, если бы пара ***C*** была описана не так, как в таблице на стр. 58, а с противоположным порядком задания звеньев, т.е. в виде

R | 3 | 2 | C | ,

то и направление реакции в паре ***C*** при выводе было бы не таким, как в распечатке, а противоположным:

Пара C. Реакция на звено 3 со стороны звена 2

Реакции в поступательных парах содержат дополнительную информацию о моменте, действующем в паре, и о точке приложения силы реакции. Такая форма выдачи силовых характеристик связана с тем, что, как уже указывалось, программа не вычисляет положение точки нулевого момента. При выводе приведенных моментов инерции звеньев раздельно вычисляются и выводятся поступательная и вращательная составляющие приведенного момента инерции звена (***J(п)*** и ***J(вр)*** соответственно), а также их сумма ***J(пр)***. Отдельной строкой выводится суммарный приведенный момент всех звеньев. Значение уравновешивающего момента на начальном звене также дано отдельной строкой.

Как кинематические, так и силовые характеристики выдаются в том порядке, в каком соответствующие звенья и пары хранятся в таблицах системы.

Служебные надписи первой строки распечатки кроме номера версии программы и серийного номера конкретного экземпляра программы содержат также данные о времени получения распечатки и признак, показывающий, откуда вводились данные о механизме — с клавиатуры или из файла (в нашем случае признак **F** показывает, что информация взята из файла, о чем, кстати, говорит и имя файла **TIM** в следующей строке, а не служебное имя **DIADA**, что было бы при вводе с клавиатуры).

Предварительно просмотреть числовые результаты кинематического анализа, не выходя из программы, можно, задав опцию вывод *на экран*. При выводе не в файл, а *на экран* числовые значения выводятся по одному, последовательно для каждого положения начального звена (а не таблицей по шесть, как в файл для печати), при этом кинематические характеристики центров масс и точек приложения сил вообще не выводятся.

При отказе от вывода *на печать* и таблиц значений *на экран* и при выводе на экран одного только *изображения схемы* механизма вопросов о значении угловой скорости и ускорения начального звена не задается. Они принимаются машиной равными 1 рад/с для скорости и нулю — для ускорения, т.е. фактически рассматриваются аналоги. Эту особенность следует иметь в виду при анализе плана ускорений, форма которого при этом будет отличаться от плана с заданным угловым ускорением начального звена. Если все-таки необходимо проанализировать план с ненулевым значением углового ускорения начального звена, то следует кроме *изображения механизма* задать формально еще и вывод, например, таблицы значений *на экран* или *на печать* (в файл) — в этом случае пункты диалога о скорости и ускорении начального звена не будут опущены. Файл этот потом можно не сохранять.

При *изображении схемы* механизма на экране для данного положения отдельно рисуются планы скоростей, ускорений и сил. Переход к соответствующему плану естествен —посредством клавиш <M>, <V>, <A> или <F>. Планы рисуются на весь экран в максимально крупном масштабе, этот режим более удобен для анализа планов скоростей, ускорений и сил, чем рассмотрение их в

режиме ДВИЖЕНИЕ МЕХАНИЗМА. Характерно, что в каждом плане есть специальный режим *расшифровки* по нажатию клавиши <R>. В этом режиме каждый вектор плана последовательно выделяется цветом, и в углу экрана дается его буквенное обозначение (например, V_{CB}, $a^k_{H4H4(2)}$, R_{42} и т.п.). В некоторых версиях программы одновременно приводится и числовое значение модуля соответствующего вектора.

Графики изменения углового положения звеньев, аналогов их угловых скоростей и ускорений на всем диапазоне изменения положения кривошипа можно просмотреть, выбрав в главном меню опцию ГРАФИКИ АНАЛОГОВ И СИЛ. Там же можно просмотреть изменение положения пар и точек и их аналоги скоростей и ускорений. В этом же разделе можно увидеть и изменение сил реакций в любой кинематической паре. Каких-либо специальных пояснений для работы в этом разделе не требуется.

Как уже указывалось, любой параметр механизма может быть изменен. Это делается после перехода к пункту меню ИЗМЕНЕНИЕ РАЗМЕРОВ. При этом программа в диалоге последовательно показывает значения всех уже введенных размеров. Если нет намерения изменять этот размер, достаточно нажать клавишу <Enter>, т.е. согласиться. Для изменения параметра нужно непосредственно вводить новое его значение, прямо поверх старого, *ничего не стирая.* Если после изменения какого-либо параметра остальные параметры предполагается сохранить, то можно или последовательно для каждого из них после подсказки нажимать клавишу <Enter>, или просто нажать клавишу-ускоритель <F10>, и тогда все остальное автоматически сохранится без промежуточного вывода на экран. Все введенные изменения автоматически запишутся в файл диалога (с расширением .DI), старые параметры механизма сохранятся в резервной копии (со стандартным расширением .BAK).

При нажатии строки ВЫХОД главного меню задаются вопросы о сохранении как файла диалога (.DI), так и файла для печати (.DIF) (если этот режим был заказан), и о задании им имен. При отказе от сохранения редактируемого файла диалога восстанавливается исходный файл, с которого началось редактирование, если же механизм вводился с клавиатуры, то никаких файлов не сохраняется.

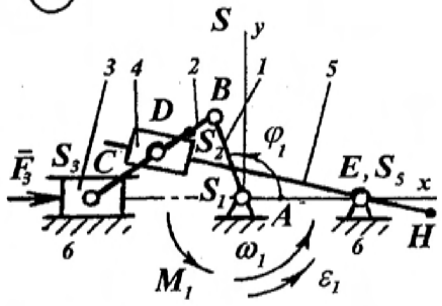
До выхода из программы любой этап можно повторить, т.е. просчитать кинематику с новыми начальными условиями, просмотреть графики изменения аналогов или сил, изменить размеры звеньев и положения точек или вообще изменить структуру механизма: ввести новые звенья, пары или точки на звеньях, перейти к силовому анализу и т.д. Для этого необходимо просто выбрать соответствующий этап работы в главном меню.

Необходимо сделать еще одно замечание к режиму корректировки размеров (пункт меню ИЗМЕНЕНИЕ РАЗМЕРОВ). Если механизм вводился из *файла,* то при изменении размеров новые данные автоматически заменяют старые, и после выхода из программы по строке меню ВЫХОД или по клавише <Esc> без дополнительных вопросов файл диалога также корректируется, т.е. после выхода из программы в файле будет храниться *новый* механизм.

Иная ситуация будет иметь место при вводе механизма с *клавиатуры.* Если происходит корректировка размеров механизма *до* выхода из программы, то новый механизм можно посмотреть в движении, можно вывести данные кинематического расчета на печать или на экран, т.е. полноценно работать с ним как с *новым* механизмом. При выходе из программы будет запрошено имя для файла диалога, чтобы сохранить параметры механизма. Однако, и это очень важно, в файле диалога сохранится *первоначальный,* не откорректированный механизм. Кратко эту особенность программы можно сформулировать так — корректируются только файлы. Это еще один аргумент в пользу того, что после режима визуальной проверки (если, конечно, механизм удалось увидеть) необходимо выйти из программы, записав при этом файл диалога (даже с «неправильным» механизмом), снова войти в программу, загрузить файл и уже после этого заняться его коррекцией. При такой последовательности все изменения параметров механизма будут сохранены в файле.

В заключение следует сказать, что программа DIADA — живой развивающийся комплекс. Поэтому возможно, что при реальной работе с программой Вы будете иметь дело с новой версией, обладающей большими возможностями, не полностью отраженными в настоящем пособии. Важно отметить, что DIADA обладает свойством наследования, т.е. файл с любым записанным механизмом может быть одинаково корректно проанализирован на любой версии программы.

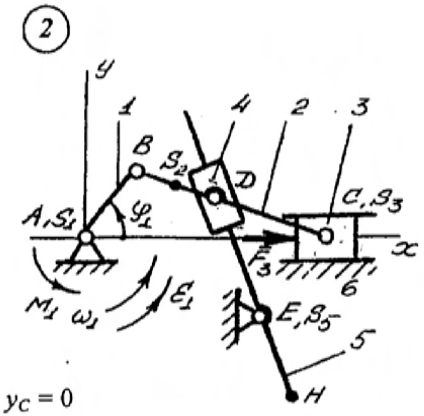
IV. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАНИЯМ 1 — 32



$y_C = 0$

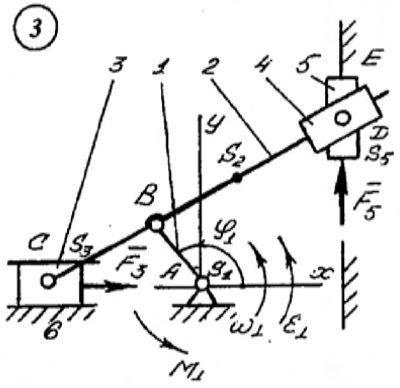
m_1	12
m_2	25
m_3	35
m_5	30
I_{1S}	16
I_{2S}	1,0
I_{5S}	0,6
F_3	4000
ω_1	15
ε_1	10

l_{AB}	l_{BC}	l_{BD}	l_{EH}	l_{BS2}	x_E	y_E
0,15	0,46	0,23	0,3	0,15	0,45	0
Вариант		А	Б	В	Г	Д
φ_1, град		60	120	240	300	150



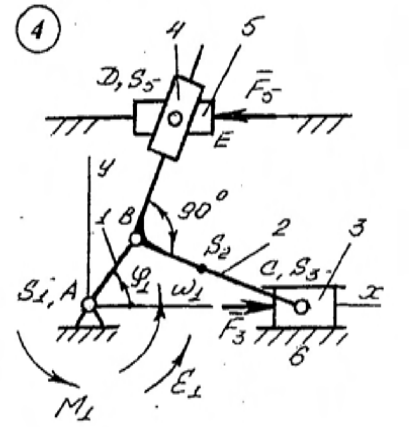
$y_C = 0$

l_{AB}	l_{BC}	l_{BD}	l_{EH}	l_{BS2}	x_E	y_E
0,15	0,46	0,23	0,2	0,15	0,3	–0,25
Вариант		А	Б	В	Г	Д
φ_1, град		60	120	240	300	30

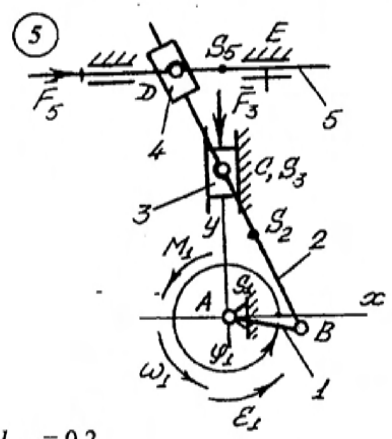


m_1	15
m_2	30
m_3	50
m_5	60
I_{1S}	15
I_{2S}	2,2
F_3	6000
F_5	3000

l_{AB}	l_{BC}	l_{BS2}	x_E	y_C	ω_1	ε_1
0,1	0,3	0,15	0,3	0	12	10
Вариант		А	Б	В	Г	Д
φ_1, град		60	120	240	300	30

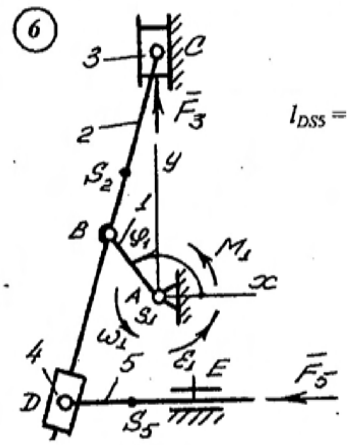


l_{AB}	l_{BC}	l_{BS2}	y_E	y_C	ω_1	ε_1
0,1	0,3	0,15	0,32	0	15	15
Вариант		А	Б	В	Г	Д
φ_1, град		60	120	240	300	30



$l_{DS5} = 0,2$

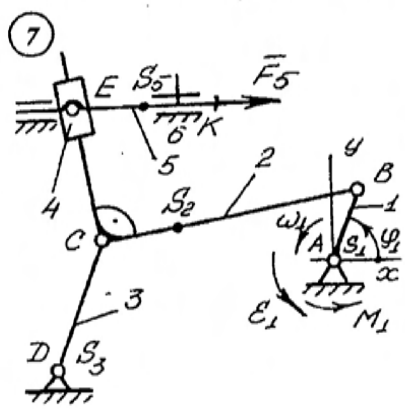
m_1	26
m_2	16
m_3	35
m_5	30
I_{1S}	17
I_{2S}	1,8
F_3	6000
F_5	3000



$l_{DS5} = 0,2$

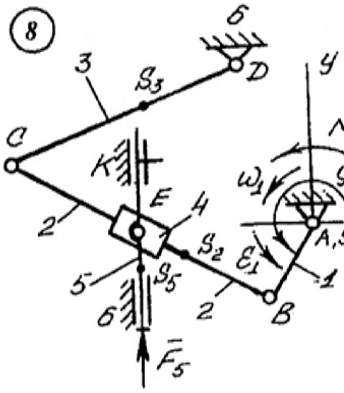
l_{AB}	l_{BC}	l_{BS2}	x_C	y_E	ω_1	ε_1
0,15	0,45	0,32	0	0,8	16	12
Вариант		А	Б	В	Г	Д
φ_1, град		60	120	240	300	30

l_{AB}	l_{BC}	l_{BS2}	x_C	y_E	ω_1	ε_1
0,15	0,45	0,1	0	–0,5	15	14
Вариант		А	Б	В	Г	Д
φ_1, град		60	120	240	300	30



$l_{ES5} = 0,1$

m_1	60
m_2	35
m_3	60
m_5	50
I_{1S}	5
I_{2S}	2
I_{3S}	6,5
F_5	6000



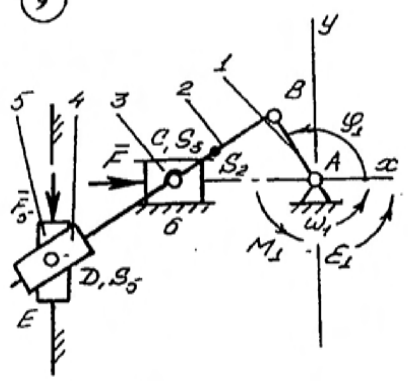
$l_{DS5} = l_{ES5} = 0,1$

l_{AB}	l_{BC}	l_{CD}	l_{BS2}	x_D	y_D	y_K
0,1	0,3	0,3	0,18	–0,35	–0,27	0,2
Вариант		А	Б	В	Г	Д
φ_1, град		60	120	240	300	30

ω_1	20
ε_1	30

l_{AB}	l_{BC}	l_{CD}	l_{BS2}	x_D	y_D	x_K
0,1	0,3	0,3	0,15	–0,1	0,2	–0,15
Вариант		А	Б	В	Г	Д
φ_1, град		60.	120	240	300	30

9

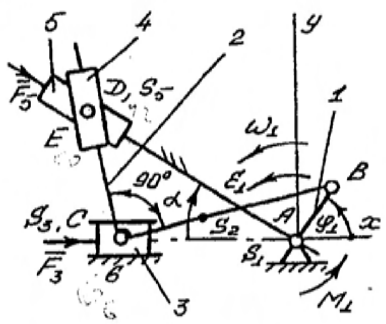


m_1	22
m_2	20
m_3	50
m_5	30
I_{1S}	25
I_{2S}	1
F_3	6000
F_5	3000

l_{AB}	l_{BC}	l_{BS2}	x_E	y_C	ω_1	ε_1
0,1	0,3	0,2	–0,5	0	15	10

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

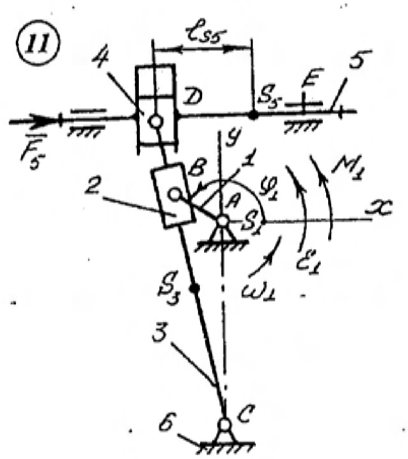
10



l_{AB}	l_{BC}	l_{BS2}	y_C	α	ω_1	ε_1
0,1	0,3	0,2	0	30°	14	12

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

11

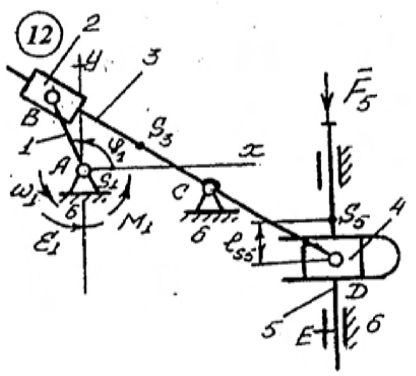


m_1	2
m_3	5
m_5	30
I_{1S}	0,2
I_{3S}	0,3
ω_1	16
ε_1	7
F_5	2000

l_{AB}	l_{CD}	l_{CS3}	x_C	y_C	y_E	l_{S5}
0,1	0,65	0,3	0	-0,5	0,2	0,3

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

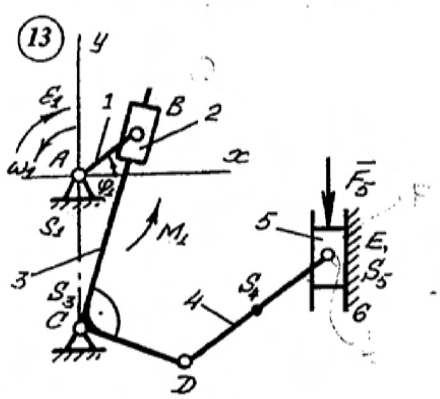
12



l_{AB}	l_{CD}	l_{CS3}	x_C	y_C	x_E	l_{S5}
0,1	0,25	0,1	0,15	–0,1	0,35	0,2

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

13

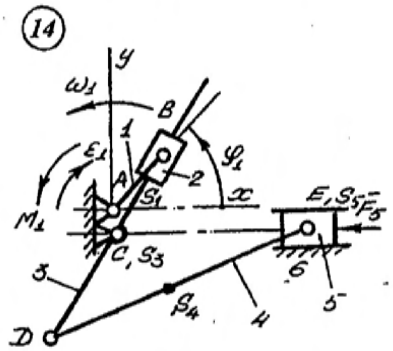


m_1	12
m_3	15
m_4	20
m_5	50
I_{1S}	5
I_{3S}	0,4
I_{4S}	0,3
F_5	2000

l_{AB}	l_{CD}	l_{DE}	l_{DS4}	x_C	y_C	x_E	ω_1	18
0,12	0,24	0,2	0,15	0	–0,24	0,3	ε_1	14

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

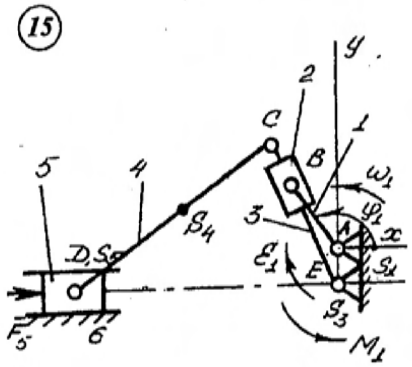
14



l_{AB}	l_{CD}	l_{DE}	l_{DS4}	x_C	y_C	y_E
0,2	0,2	0,48	0,24	0	–0,06	–0,06

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

15



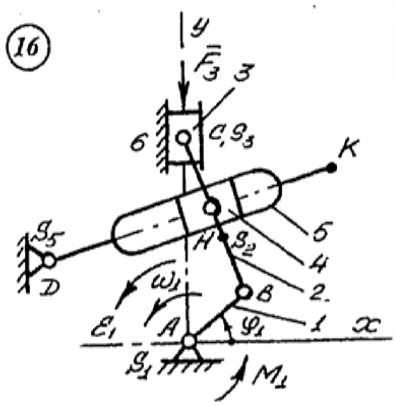
$l_{CS4} = 0,15$; $x_E = 0$

l_{AB}	0,2
I_{1S}	1
m_3	15
m_5	16
m_1	10
ω_1	10
ε_1	5

l_{CE}	l_{CD}	y_E	y_D	m_4	I_{4S}	I_{3S}	F_5	F_3
0,35	0,5	–0,05	–0,05	6	0,2	0,6	2000	1000

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

16

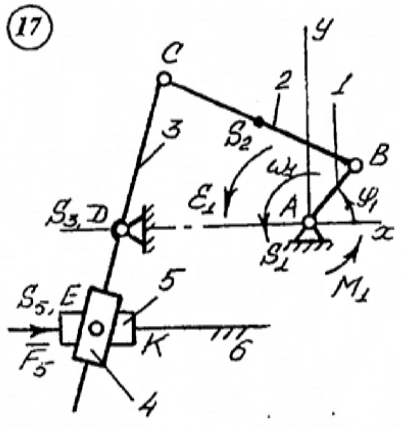


$l_{BH} = 0,3$; $l_{BH2} = 0,2$; $x_C = 0$

l_{BC}	l_{DK}	x_D	y_D	m_2	I_{5S}	I_{2S}
0,6	0,8	–0,4	0,3	6	1	0,4

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

17

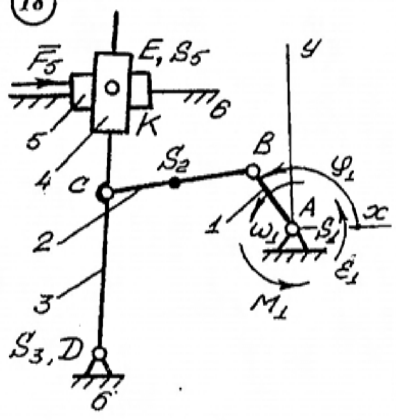


m_1	20
m_2	24
m_3	22
m_5	25
I_{1S}	1,2
I_{2S}	0,5
I_{3S}	0,3
F_5	5000

l_{AB}	l_{BC}	l_{CD}	l_{BS2}	x_D	y_D	y_K	ω_1	20
0,1	0,3	0,2	0,15	–0,3	0	–0,2	ε_1	30

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

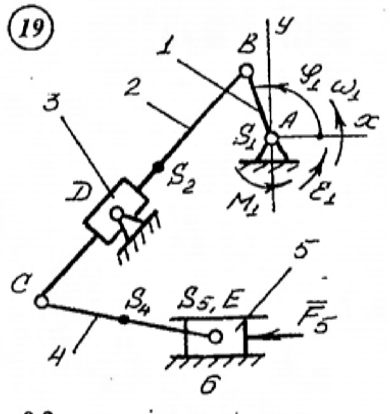
18



l_{AB}	l_{BC}	l_{CD}	l_{BS2}	x_D	y_D	y_K
0,1	0,3	0,2	0,2	–0,3	–0,2	0,3

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

19



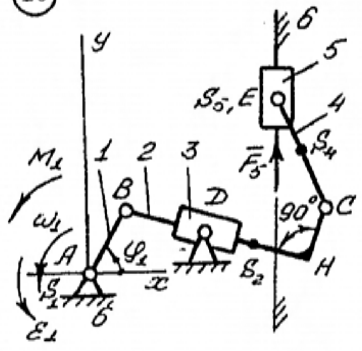
$y_E = -0,2$

m_1	20
m_2	18
m_4	15
m_5	40
I_{1S}	1,6
I_{2S}	1,2
I_{4S}	0,9
F_5	400

l_{AB}	l_{BC}	l_{CE}	l_{BS2}	l_{CS4}	x_D	y_D	ω_1	12
0,15	0,5	0,4	0,25	0,2	–0,2	–0,1	ε_1	7

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	150

20

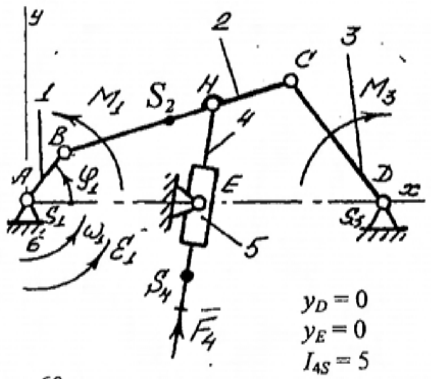


$l_{BS2} = 0,35$; $l_{CS4} = 0,2$

l_{AB}	l_{BH}	l_{CH}	l_{CE}	x_D	y_D	x_E
0,15	0,46	0,15	0,3	0,3	0,1	0,35

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

21



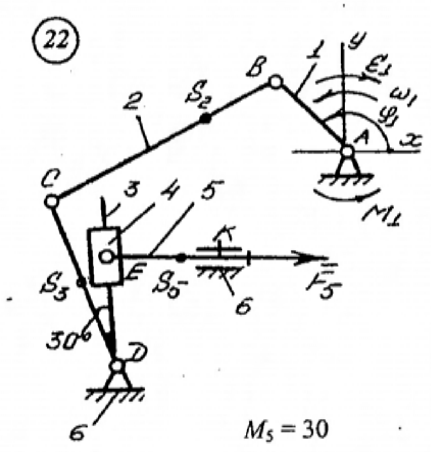
$y_D = 0$
$y_E = 0$
$I_{4S} = 5$

$m_4 = 60$

l_{AB}	0,1
l_{BC}	0,45
l_{CD}	0,3
m_1	30
m_2	30
m_3	60
I_{1S}	5
I_{2S}	8

x_D	x_E	l_{BH}	l_{BS2}	l_{HS4}	F_4	M_3	ω_1	10
0,55	0,25	0,3	0,2	0,25	250	500	ε_1	8
Вариант		А	Б	В	Г	Д		
φ_1, град		60	120	240	300	30		

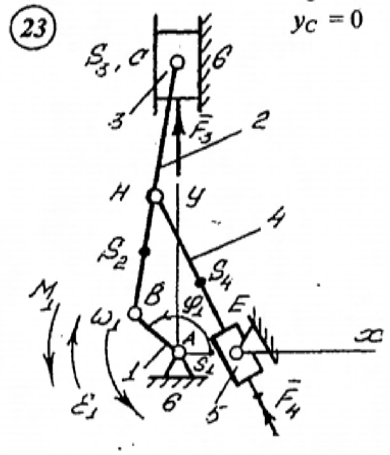
22



$M_5 = 30$

x_D	y_D	y_K	l_{BS2}	l_{CS3}	i_{ES5}	F_5
–0,5	–0,4	–0,2	0,2	0,12	0,1	500
Вариант		А	Б	В	Г	Д
φ_1, град		60	120	240	300	30

23

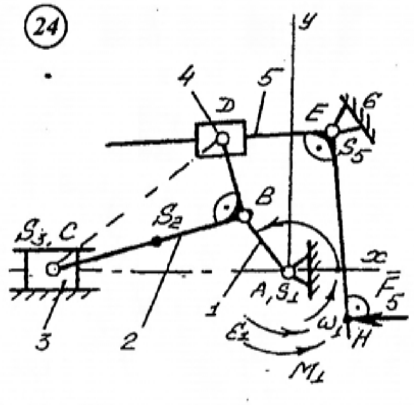


$x_C = 0$
$y_C = 0$

m_1	10
m_2	30
m_3	60
I_{1S}	5
I_{2S}	8
l_{AB}	0,2
l_{BC}	0,8
l_{BS2}	0,36

x_E	l_{BH}	l_{HS4}	I_{4S}	m_4	F_4	F_3	ω_1	20
0,26	0,6	0,4	10	30	500	300	ε_1	15
Вариант		А	Б	В	Г	Д		
φ_1, град		60	120	240	300	30		

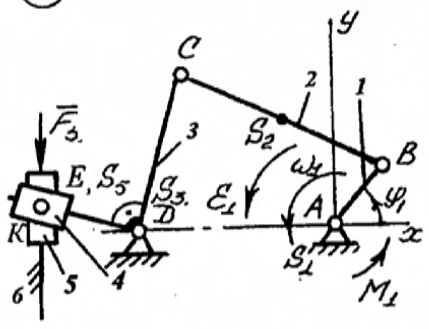
24



$y_C = 0$

l_{BD}	l_{EH}	x_E	y_E	m_5	I_{5S}	F_5
0,22	0,3	0,15	0,5	8	2	1000
Вариант		А	Б	В	Г	Д
φ_1, град		60	120	240	300	30

25

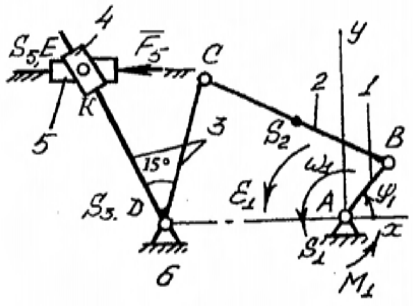


m_1	20
m_2	24
m_3	22
m_5	25
I_{1S}	1,2
I_{2S}	0,5
I_{3S}	0,3
F_5	5000

l_{AB}	l_{BC}	l_{CD}	l_{BS2}	x_D	y_D	x_E	ω_1	20
0,1	0,3	0,2	0,15	–0,3	0	–0,6	ε_1	30

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

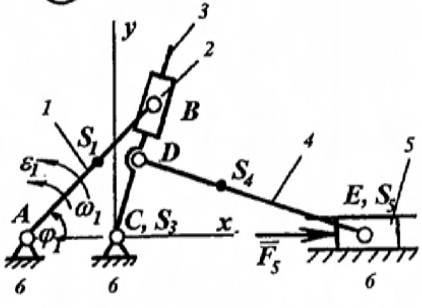
26



l_{AB}	l_{BC}	l_{CD}	l_{BS2}	x_D	y_D	y_E
0,1	0,3	0,2	0,15	–0,3	0	0,1

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

27

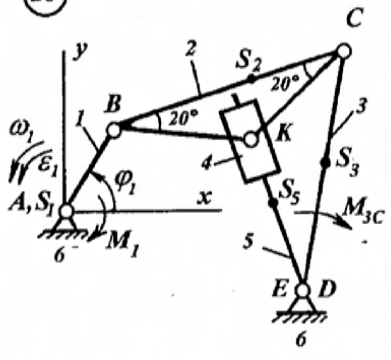


l_{AB}	0,3
m_1	40
m_3	30
m_5	35
I_{1S}	2
I_{3S}	1,2
ω_1	10
ε_1	2

x_A	y_A	l_{AS1}	l_{CD}	l_{DS4}	m_4	F_5	l_{DE}	
–0,14	0	0,15	0,1	0,1	35	400	0,3	

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

28

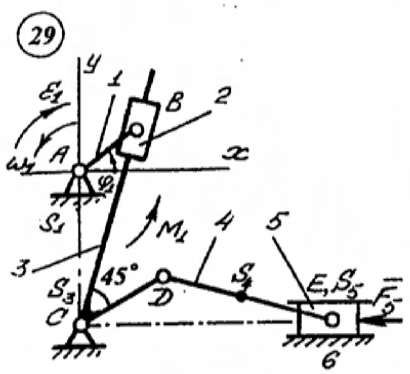


$I_{5S} = I_{3S}$; $l_{BS2} = l_{DS3} = l_{DS5} = 0{,}55$

x_D	y_D	l_{BC}	l_{CD}	I_{2S}	m_2	M_{3C}
0,4	–0,7	1,1	0,9	1,6	40	2000

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

29

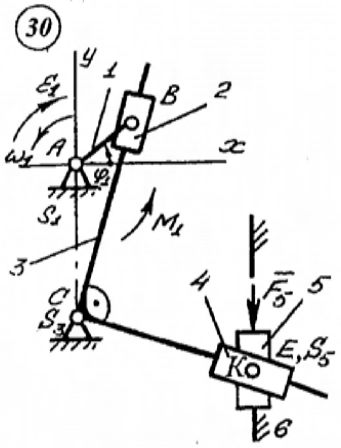


m_1	12
m_3	15
m_5	50
y_C	–0,24
I_{1S}	5
I_{3S}	0,4
l_{AB}	0,12
F_5	2000

I_{4S}	l_{CD}	l_{DE}	l_{DS4}	x_C	m_4	y_E	ω_1	18
0,3	0,1	0,3	0,15	0	20	–0,24	ε_1	14

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

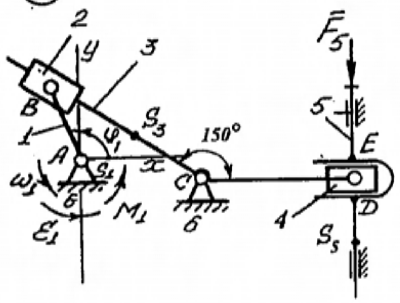
30



x_E	x_C					
0,3	0					

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

31

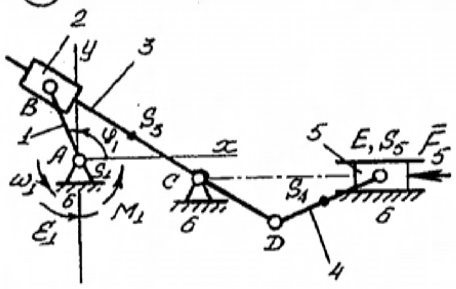


l_{AB}	0,1
m_1	2
m_3	5
m_5	30
I_{1S}	0,2
I_{3S}	0,3
F_5	2000

l_{CD}	l_{CS3}	x_C	y_C	x_E	l_{DS5}		ω_1	16
0,25	0,1	0,15	–0,2	0,35	0,1		ε_1	7

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

32



$m_4 = 30$

l_{DS4}	l_{CD}	l_{CS3}	x_C	y_C	y_E	l_{DE}
0,15	0,15	0,1	0,15	–0,2	–0,2	0,35

Вариант	А	Б	В	Г	Д
φ_1, град	60	120	240	300	30

V. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

1. Что называют звеном, какие виды звеньев существуют?
2. Что называют кинематической парой, как их классифицируют?
3. Дайте определение кинематической цепи, механизма, какие виды их различают?
4. Какая разница между кинематической цепью и кинематической парой?
5. Как рассчитать число степеней свободы пространственного и плоского механизма?
6. Что представляют собой избыточные связи, как их можно устранить?
7. В чем заключается задача структурного синтеза (анализа) механизма?
8. Как образуется механизм из групп Ассура?
9. По каким признакам и с какими целями классифицируют механизмы?
10. Как определить графическими построениями крайние положения исследуемых механизмов?
11. Как построить графически функцию положения механизма и ее производные?
12. Сформулируйте сущность метода и порядок построения планов скоростей и ускорений.
13. Как определить величину и направление угловых скоростей и ускорений звеньев?
14. В чем сущность методов подобия и пропорционального деления при определении линейных скоростей и ускорений?
15. Как аналитически определить функцию положения, передаточные функции скорости и ускорения выходного звена механизма?
16. Как определить величину и направление нормальной составляющей ускорения?
17. Как определить величину и направление ускорения Кориолиса?
18. Сформулируйте задачи силового расчета механизмов (использованный метод и основные уравнения).
19. Из каких этапов состоит силовой расчет?

20. Как было использовано условие статической определимости группы звеньев?
21. Как направлены реакции в кинематических парах без учета и с учетом сил трения в кинематических парах?
22. Как определить главные векторы сил инерции и главные моменты сил инерции для каждого из звеньев рычажного механизма?
23. В какой последовательности проводится силовой расчет механизма с избыточными связями? Сформулируйте общую методику силового расчета для такого механизма.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теория механизмов и машин / Под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1998. – 496 с., ил.

2. *Попов С.А., Тимофеев Г.А.* Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин. – М.: Высш. шк., 1998. – 351 с., ил.

3. Теория механизмов и механика машин: Учеб. пособие / Под ред. В.А. Никонорова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1989. – 82 с., ил.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие указания по выполнению заданий 3

I. Шестизвенный рычажный механизм 11

Задание № 1. Структурное и кинематическое исследование механизма 11

Задание № 2. Силовой расчет механизма. 23

II. Кинематический анализ плоских рычажных механизмов аналитическим методом 29

III. Методика определения кинематических параметров механизма с использованием ЭВМ 57

IV. Исходные данные к заданиям 1 – 32 78

V. Перечень вопросов для подготовки к защите домашних заданий 94

Список рекомендуемой литературы 95