

27-40

621.01
21-883



Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

Учебное пособие

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ
MathCAD В КУРСОВОМ
ПРОЕКТИРОВАНИИ
И ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ДОМАШНИХ
ЗАДАНИЙ ПО ТЕОРИИ
МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана

621.0
21-88
Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ MathCAD
В КУРСОВОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ
И ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Под редакцией И.В. Леонова и Г.А. Тимофеева

Рекомендовано редсоветом МГТУ им. Н.Э. Баумана
в качестве учебного пособия по дисциплине
«Основы проектирования машин. Часть I»



Москва
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
2004

БИБЛИОТЕКА МГТУ
им. Н. Э. Баумана
ЧЗТ

УДК 621.8 (075.8)

ББК 34.4

И88

Рецензенты: В.В. Дудко, В.Д. Плахтин

И88

Использование системы MathCAD в курсовом проектировании и при выполнении домашних заданий по теории механизмов и машин: Учеб. пособие по дисциплине «Основы проектирования машин. Часть 1» / О.О. Барышникова, В.В. Кузенков, И.В. Леонов и др.; Под ред. И.В. Леонова, Г.А. Тимофеева. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 44 с.: ил.
ISBN 5-7038-2492-3

Рассмотрены поршневые машины и методы исследования их движения под действием заданных сил. Приведены примеры решения задачи динамического исследования и оформления решения.

Для студентов 2-3-го курсов машиностроительных специальностей.

Ил. 21. Библиогр. 8 назв.

УДК 621.8 (075.8)

ББК 34.4

Ольга Олеговна Барышникова
Владимир Васильевич Кузенков
Игорь Владимирович Леонов
Владимир Васильевич Синицын
Валентин Борисович Тарабарин

Использование системы MathCAD в курсовом проектировании и при выполнении домашних заданий по теории механизмов и машин

Учебное пособие

Печатается в авторской редакции

Корректор О.Ю. Соколова

Компьютерная верстка Е.В. Зимакова

Подписано в печать 19.10.2004. Формат 60x84/16. Бумага офсетная.
Печ. л. 2,75. Усл. печ. л. 2,56. Уч.-изд. л. 2,05. Тираж 200 экз. Изд. № 129. Заказ 267

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, Москва, 2-я Бауманская, 5.

ISBN 5-7038-2492-3

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004

ВВЕДЕНИЕ

В процессе изучения курса «Теории механизмов и машин» студенты выполняют самостоятельные работы: домашние задания и курсовой проект. Эти работы включают расчетную и графическую части. В настоящее время выполнять расчеты и чертежи целесообразно, используя современные компьютерные программные среды, такие, как MathCAD, MatLAB, AutoCAD, «Компас» и др. В данном пособии рассматривается использование среды MathCAD при решении типовых задач курса ТММ.

MathCAD – достаточно совершенный математический инструмент, ориентированный на пользователей, работающих в области техники и естественных наук: инженеров, преподавателей, студентов. MathCAD относительно прост в использовании и легок в обучении. Он позволяет студентам и специалистам в конкретной научно-технической области быстро освоить работу на компьютере и реализовать на нем требуемые математические модели и алгоритмы, не изучая языков программирования, таких, как Фортран, Паскаль, Бейсик и др. Среда математической программы MathCAD обладает следующими преимуществами.

Математические выражения в среде MathCAD записываются в форме, близкой к обычной математической записи: числитель находится сверху, а знаменатель – внизу; в интеграле пределы интегрирования также расположены на своих местах.

В среде MathCAD процесс создания программы совпадает с процессом ее отладки. Непосредственно после ввода в программу нового математического выражения можно не только подсчитать, чему равен результат при различных значениях переменных, но и построить график функции, по которому легко определить ошибки, если они были допущены при наборе формул или в алгоритме самой математической модели;

Последние версии пакета MathCAD могут непосредственно выполнять такие математические операции, как решение алгебраических уравнений и их систем (линейных и нелинейных); решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем (задача Коши и краевая задача); решение дифференциальных уравнений в частных производных; статистическая обработка

данных (интерполяция, экстраполяция, аппроксимация и многое другое); работа с векторами и матрицами (линейная алгебра и др.); поиск минимумов и максимумов функциональных зависимостей.

Кроме того, при решении задачи можно использовать числовые значения переменных с единицами измерения физических величин.

Система MathCAD оборудована средствами анимации, что позволяет реализовать созданные модели не только в статике (числа, таблицы, графики), но и в динамике (анимационные клипы).

В систему MathCAD интегрированы средства символьной математики, что позволяет решать поставленные задачи (этап задачи) не только численно, но и аналитически.

Пакет MathCAD хорошо взаимодействует с операционной системой Windows и ее различными приложениями. В документы MathCAD (через буфер обмена Windows) можно вставлять текстовые фрагменты из Word (или других текстовых редакторов), рисунки из графических редакторов (CorelDraw, AutoCAD и др.). В динамике (OLE-технологии) можно передать данные из программы MathCAD в другую программу (например, в программу на языке Паскаль или Фортран) и там решить часть задачи.

От других аналогичных программ MathCAD выгодно отличается возможностью свободной компоновки рабочего листа: рядом с формулами, записываемыми в виде, принятом в математике, можно размещать текстовые пояснения, таблицы, рисунки и графики. Графики создаются с использованием встроенных средств MathCAD, обладающих широкими возможностями для форматирования. Система позволяет строить плоские и пространственные графики и диаграммы как в декартовых, так и в полярных системах координат. Таким образом, в среде MathCAD можно не только выполнить расчетную часть работы, но и оформить расчетно-пояснительную записку к домашнему заданию или курсовому проекту.

1. ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ MathCAD В КИНЕМАТИКЕ МЕХАНИЗМОВ

Решение задачи кинематического исследования плоского рычажного механизма рассмотрим на примере механизма, структурная схема которого приведена на рис. 1.

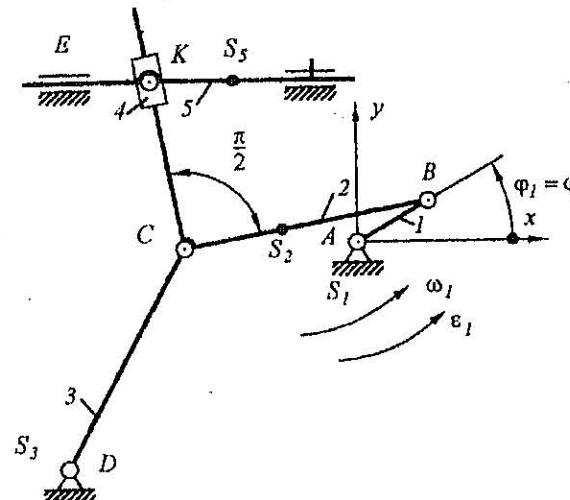


Рис. 1

Напомним, что под кинематическим анализом понимается определение кинематических параметров (координат, скоростей и ускорений как линейных, так и угловых) различных точек и звеньев механизма.

При проведении кинематического анализа последовательно решают три задачи:

- задачу о положениях (определение значений всех координат);
- задачу о скоростях;
- задачу об ускорениях.

Задача о положениях наиболее сложна, так как сводится к решению системы нелинейных уравнений. Для записи этих уравнений, связывающих координаты (задание функций положения), удобно применять метод проекций. Решение этих уравнений мож-

но проводить либо аналитически, либо используя специальные возможности среды MathCAD, о которых поговорим позднее. В первом случае машинное время решения существенно меньше, чем во втором, однако увеличивается вероятность ошибок из-за значительной доли ручного труда.

При решении задач о скоростях и ускорениях можно либо получать систему линейных уравнений, связывающих скорости или ускорения путем аналитического дифференцирования функций положения, либо проводить численное дифференцирование этих функций. В последнем случае меньше вероятность ошибки, но существенно больше машинное время и ниже точность. При численном дифференцировании вначале рассчитываются аналоги скоростей и ускорений, а затем сами скорости и ускорения.

Задача о положениях. Кинематический анализ целесообразно проводить не сразу для всего механизма, а по кинематически определимым частям. Такими частями являются структурные группы (группы Ассура). В качестве первичного механизма при этом принимается начальное звено со стойкой. Первую структурную группу образуют звенья 2 и 3, вторую – звенья 4 и 5. Кинематический анализ ведут от начального звена к группе, наиболее удаленной от начального звена.

В процессе решения целесообразно проводить проверки путем построения кинематической схемы механизма, траекторий характерных точек и цикловых графиков. Число расчетных точек при построениях принимается достаточно большим (в примере выбрано 24 точки на оборот начального звена). В некоторых случаях это может значительно увеличить машинное время. Эффективными средствами его уменьшения является, как уже отмечалось, расчет по формулам, полученным аналитически (вручную).

Уравнения, связывающие координаты, составляются методом проекций. В этом методе каждое звено механизма, имеющее длину, представляется в виде вектора. Проецируя векторы на оси координат, получают уравнения, связывающие координаты конца и начала вектора.

Расчетная схема приведена на рис. 2. Используется правая система координат. Направление векторов, изображающих звенья, выбираются произвольно, угловые координаты всех векторов – от

положительного направления оси x до положительного направления вектора против хода часовой стрелки.

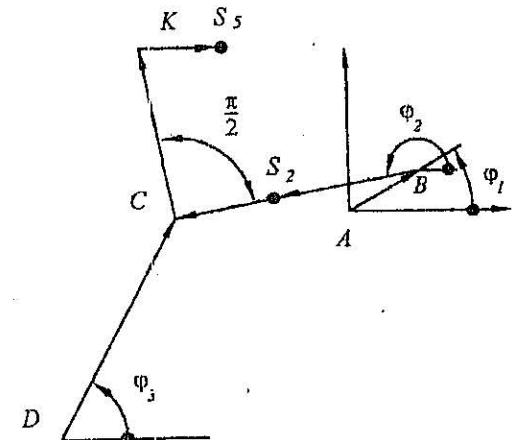


Рис. 2

Ниже приведен образец ввода исходных данных:

$$\begin{aligned} l_{AB} &:= .1 \text{ м}, \quad l_{BC} := .3 \text{ м}, \quad l_{CD} := .3 \text{ м}, \quad l_{BS2} := .18 \text{ м}, \\ x_D &:= -35 \text{ м}, \quad y_D := -27 \text{ м}, \quad x_A := 0, \quad y_A := 0, \quad y_K := .2 \text{ м}, \\ l_{KS5} &:= .1 \text{ м}, \quad \omega_1 := 16 \text{ рад/с}, \quad \epsilon_1 := 12 \text{ рад/с}^2 \end{aligned}$$

Все уравнения и формулы в системе MathCAD записываются в функции начальной координаты ϕ , в данном случае она совпадает с ϕ_1 , т. е.

$$\phi_1(\phi) := \phi$$

Соответственно первое звено является начальным.

Для контроля в системе MathCAD выводят числовые значения переменных для одного какого-либо положения начального звена; зададим для величины ϕ значение $f = 30^\circ$ и переведем его в радианы:

$$f := 30 \frac{\pi}{180}.$$

Определим координаты основных точек – кинематических пар, образующих структурную группу:

$$x_B(\phi) := l_{AB} \cdot \cos(\phi_1(\phi))$$

$$x_B(f) = 0.087$$

$$y_B(\phi) := l_{AB} \cdot \sin(\phi_1(\phi))$$

$$y_B(f) = 0.05$$

Рассмотрим первую группу звеньев, в состав которой входят звенья 2 и 3.

Используя метод проекций, составим исходные уравнения

$$x_D + l_{CD} \cos \varphi_3 = x_B + l_{BC} \cos \varphi_2; \quad (1)$$

$$y_D + l_{CD} \sin \varphi_3 = y_B + l_{BC} \sin \varphi_2. \quad (2)$$

Для группы звеньев 2 и 3 систему нелинейных уравнений (1), (2), связывающих координаты точек B , C и D и углы φ_2 и φ_3 (в MathCAD угол ϕ обозначен ϕ), удобно решать с использованием конструкции Given – Find. Ключевые слова Given, Find, sin, cos и знаки арифметических функций набираются с клавиатуры.

Неизвестными в уравнениях (1) и (2) являются переменные φ_2 и φ_3 (в MathCAD ϕ_2 и ϕ_3 соответственно). В качестве начального приближения, которое требует конструкция Given – Find, принимаются значения, близкие к средним при изменении ϕ от 0 до 360 градусов. За ключевым словом Given необходимо записать анализируемую систему (напомним, число уравнений должно быть равно числу неизвестных). Правые и левые части уравнений связываем жирным знаком «равно», т. е. «==». Решить записанную систему помогает встроенная функция Find. Решение получается в виде вектора F1, элементы которого соответствуют неизвестным, перечисленным в качестве аргументов ключевого слова Find.

Ниже приведен фрагмент программы решения уравнений (1), (2):

начальное приближение

$$\phi_3 := \frac{\pi}{2} \quad \phi_2 := \pi$$

Given

$$x_D + l_{CD} \cdot \cos(\phi_3) = x_B(\phi) + l_{BC} \cdot \cos(\phi_2)$$

$$y_D + l_{CD} \cdot \sin(\phi_3) = y_B(\phi) + l_{BC} \cdot \sin(\phi_2)$$

$$F1(\phi) := \text{Find}(\phi_3, \phi_2)$$

$$\phi_3(\phi) := F1(\phi)_0$$

$$\phi_3(f) \cdot \frac{180}{\pi} = 61.791$$

$$\phi_2(\phi) := F1(\phi)_1$$

$$\phi_2(f) \cdot \frac{180}{\pi} = 190.687$$

Определим координаты точки C – центра шарнира, соединяющего звенья 2 и 3:

$$x_C(\phi) := x_B(\phi) + l_{BC} \cdot \cos(\phi_2(\phi)) \quad x_C(f) = -0.208$$

$$y_C(\phi) := y_B(\phi) + l_{BC} \cdot \sin(\phi_2(\phi)) \quad y_C(f) = -5.631 \times 10^{-3}$$

Вычислим координаты дополнительных точек – центров масс звеньев, точек присоединения последующих групп и т. д.

Определим координаты точки S_2 – центра масс звена 2 (см. рис. 1, 2):

$$x_{S2}(\phi) := x_B(\phi) + l_{BS2} \cdot \cos(\phi_2(\phi)) \quad x_{S2}(f) = -0.09$$

$$y_{S2}(\phi) := y_B(\phi) + l_{BS2} \cdot \sin(\phi_2(\phi)) \quad y_{S2}(f) = 0.017$$

Для второй группы звеньев, включающей звенья 4 и 5, задача о положениях решается аналитически ввиду простоты этого решения и в целях сокращения времени счета. Используя метод проекций, составим исходные уравнения, связывающие координаты точек K и C (см. рис. 1, 2):

$$x_K = x_C + l_{CK} \cos(\varphi_2 - \pi/2), \quad (3)$$

$$y_K = y_C + l_{CK} \sin(\varphi_2 - \pi/2). \quad (4)$$

Из (4) получаем формулу

$$l_{CK} = \frac{y_K - y_C}{\sin(\phi_2 - \pi/2)}. \quad (5)$$

По формуле (3) рассчитывается x_K .

Ниже приведен фрагмент программы решения уравнений (3), (4):

$$l_{CK}(\phi) := \frac{(y_K - y_C(\phi))}{\sin(\phi_2(\phi) - \frac{\pi}{2})} \quad l_{CK}(f) = 0.209$$

$$x_K(\phi) := x_C(\phi) + l_{CK}(\phi) \cdot \cos\left(\phi_2(\phi) - \frac{\pi}{2}\right) \quad x_K(f) = -0.247$$

$$x_{S5}(\phi) := x_K(\phi) + l_{KS5} \quad x_{S5}(f) = -0.147$$

Задача о скоростях. Во-первых, вычисляются аналоги скоростей и ускорений. Выражения для аналогов скоростей и ускорений записываются в соответствии с их определениями. Операторы дифференцирования вводятся комбинацией клавиш либо из меню. Для контроля строятся цикловые графики для аналогов. Скорости и ускорения вычисляются через аналоги.

Пример программы определения аналогов скоростей:

$$v_{qBx}(\phi) := \frac{d}{d\phi} x_B(\phi) \quad v_{qBx}(f) = -0.05$$

$$v_{qBy}(\phi) := \frac{d}{d\phi} y_B(\phi) \quad v_{qBy}(f) = 0.087$$

$$\omega_{q2}(\phi) := \frac{d}{d\phi} \phi_2(\phi) \quad \omega_{q2}(f) = 0.226$$

$$\omega_{q3}(\phi) := \frac{d}{d\phi} \phi_3(\phi) \quad \omega_{q3}(f) = 0.142$$

$$v_{qCx}(\phi) := \frac{d}{d\phi} x_C(\phi) \quad v_{qCx}(f) = -0.037$$

$$v_{qCy}(\phi) := \frac{d}{d\phi} y_C(\phi) \quad v_{qCy}(f) = 0.02$$

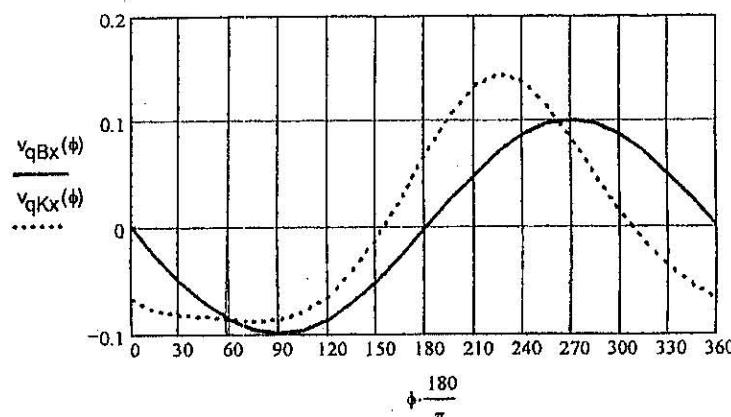
$$v_{qKx}(\phi) := \frac{d}{d\phi} x_K(\phi) \quad v_{qKx}(f) = -0.082$$

$$v_{qICK}(\phi) := \frac{d}{d\phi} l_{CK}(\phi) \quad v_{qICK}(f) = -0.012$$

$$v_{qS2x}(\phi) := \frac{d}{d\phi} x_{S2}(\phi) \quad v_{qS2x}(f) = -0.042$$

$$v_{qS2y}(\phi) := \frac{d}{d\phi} y_{S2}(\phi) \quad v_{qS2y}(f) = 0.047$$

$$v_{qS5x}(\phi) := \frac{d}{d\phi} x_{S5}(\phi) \quad v_{qS5x}(f) = -0.082$$



Пример программы определения линейных скоростей характерных точек и угловых скоростей звеньев:

$$v_{Bx}(\phi) := v_{qBx}(\phi) \cdot \omega_1 \quad v_{Bx}(f) = -0.8$$

$$v_{By}(\phi) := v_{qBy}(\phi) \cdot \omega_1 \quad v_{By}(f) = 1.386$$

$$v_B(\phi) := \sqrt{v_{Bx}(\phi)^2 + v_{By}(\phi)^2} \quad v_B(f) = 1.6$$

$$\omega_2(\phi) := \omega_{q2}(\phi) \cdot \omega_1$$

$$\omega_3(\phi) := \omega_{q3}(\phi) \cdot \omega_1$$

$$v_{Cx}(\phi) := v_{qCx}(\phi) \cdot \omega_1$$

$$v_{Cy}(\phi) := v_{qCy}(\phi) \cdot \omega_1$$

$$v_C(\phi) := \sqrt{v_{Cx}(\phi)^2 + v_{Cy}(\phi)^2}$$

$$v_{Kx}(\phi) := v_{qKx}(\phi) \cdot \omega_1$$

$$v_{lCK}(\phi) := v_{qlCK}(\phi) \cdot \omega_1$$

$$v_{S2x}(\phi) := v_{qS2x}(\phi) \cdot \omega_1$$

$$v_{S2y}(\phi) := v_{qS2y}(\phi) \cdot \omega_1$$

$$v_{S2}(\phi) := \sqrt{v_{S2x}(\phi)^2 + v_{S2y}(\phi)^2}$$

$$\omega_2(f) = 3.61$$

$$\omega_3(f) = 2.266$$

$$v_{Cx}(f) = -0.599$$

$$v_{Cy}(f) = 0.321$$

$$v_C(f) = 0.68$$

$$v_{Kx}(f) = -1.307$$

$$v_{lCK}(f) = -0.185$$

$$v_{S2x}(f) = -0.68$$

$$v_{S2y}(f) = 0.747$$

$$v_{S2}(f) = 1.01$$

$$a_{qCx}(\phi) := \frac{d^2}{d\phi^2} x_C(\phi)$$

$$a_{qCx}(f) = -0.088$$

$$a_{qCy}(\phi) := \frac{d^2}{d\phi^2} y_C(\phi)$$

$$a_{qCy}(f) = 0.04$$

$$a_{qKx}(\phi) := \frac{d^2}{d\phi^2} x_K(\phi)$$

$$a_{qKx}(f) = -0.012$$

$$a_{qlCK}(\phi) := \frac{d^2}{d\phi^2} l_{CK}(\phi)$$

$$a_{qlCK}(f) = -0.043$$

$$a_{qS2x}(\phi) := \frac{d^2}{d\phi^2} x_{S2}(\phi)$$

$$a_{qS2x}(f) = -0.088$$

$$a_{qS2y}(\phi) := \frac{d^2}{d\phi^2} y_{S2}(\phi)$$

$$a_{qS2y}(f) = 4.264 \times 10^{-3}$$

Задача об ускорениях. Пример программы определения аналогов ускорений:

$$a_{qBx}(\phi) := \frac{d^2}{d\phi^2} x_B(\phi)$$

$$a_{qBx}(f) = -0.087$$

$$a_{qBy}(\phi) := \frac{d^2}{d\phi^2} y_B(\phi)$$

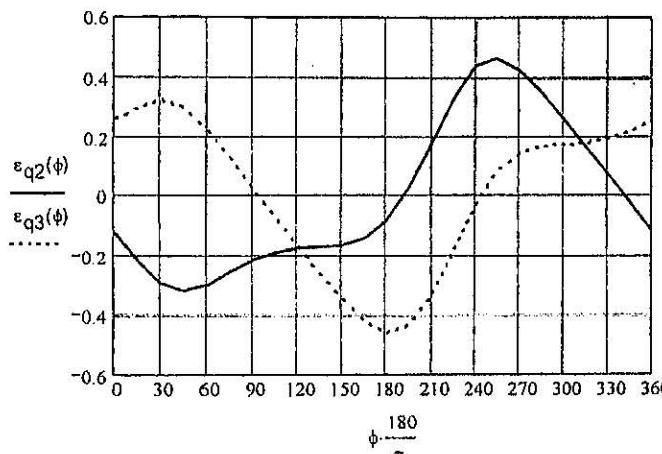
$$a_{qBy}(f) = -0.05$$

$$\varepsilon_{q2}(\phi) := \frac{d^2}{d\phi^2} \phi_2(\phi)$$

$$\varepsilon_{q2}(f) = -0.297$$

$$\varepsilon_{q3}(\phi) := \frac{d^2}{d\phi^2} \phi_3(\phi)$$

$$\varepsilon_{q3}(f) = 0.323$$



Пример программы определения линейных ускорений характерных точек и угловых ускорений звеньев:

$$a_{Bx}(\phi) := a_{qBx}(\phi) \cdot \omega_1^2 + v_{qBx}(\phi) \cdot \varepsilon_1$$

$$a_{Bx}(f) = -22.77$$

$$a_{By}(\phi) := a_{qBy}(\phi) \cdot \omega_1^2 + v_{qBy}(\phi) \cdot \varepsilon_1$$

$$a_{By}(f) = -11.761$$

$$a_B(\phi) := \sqrt{a_{Bx}(\phi)^2 + a_{By}(\phi)^2}$$

$$a_B(f) = 25.628$$

$$\varepsilon_2(\phi) := \varepsilon_{q2}(\phi) \cdot \omega_1^2 + \omega_{q2}(\phi) \cdot \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_2(f) = -73.37$$

$$\varepsilon_3(\phi) := \varepsilon_{q3}(\phi) \cdot \omega_1^2 + \omega_{q3}(\phi) \cdot \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_3(f) = 84.281$$

$$a_{Cx}(\phi) := a_{qCx}(\phi) \cdot \omega_1^2 + v_{qCx}(\phi) \cdot \varepsilon_1$$

$$a_{Cx}(f) = -23.01$$

$$a_{Cy}(\phi) := a_{qCy}(\phi) \cdot \omega_1^2 + v_{qCy}(\phi) \cdot \varepsilon_1$$

$$a_{Cy}(f) = 10.594$$

$$a_C(\phi) := \sqrt{a_{Cx}(\phi)^2 + a_{Cy}(\phi)^2}$$

$$a_C(f) = 25.331$$

$$a_{KX}(\phi) := a_{qKX}(\phi) \cdot \omega_1^2 + v_{qKX}(\phi) \cdot \varepsilon_1$$

$$a_{KX}(f) = -4.031$$

$$a_{lCK}(\phi) := a_{qlCK}(\phi) \cdot \omega_1^2 + v_{qlCK}(\phi) \cdot \varepsilon_1$$

$$a_{lCK}(f) = -11.202$$

$$a_{S2x}(\phi) := a_{qS2x}(\phi) \cdot \omega_1^2 + v_{qS2x}(\phi) \cdot \varepsilon_1$$

$$a_{S2x}(f) = -22.914$$

$$a_{S2y}(\phi) := a_{qS2y}(\phi) \cdot \omega_1^2 + v_{qS2y}(\phi) \cdot \varepsilon_1$$

$$a_{S2y}(f) = 1.652$$

$$a_{S2}(\phi) := \sqrt{a_{S2x}(\phi)^2 + a_{S2y}(\phi)^2}$$

$$a_{S2}(f) = 22.973$$

На этом кинематический анализ заканчивается.

2. ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ MathCAD В ДИНАМИКЕ МАШИН

Для решения прямой задачи динамики – определения закона движения механизма под действием заданных внешних сил – необходимо выполнить следующее:

1) провести анализ технического задания;
2) составить алгоритм решения динамической задачи в таком порядке:

осуществить параметрический синтез – определение размеров механизма;
рассчитать передаточные функции механизма;

построить зависимости внешних сил и приведенных моментов от обобщенной координаты (перемещения поршня и кривошипа);
составить уравнения для расчета приведенных моментов инерции звеньев механизма;

выполнить интегрирование зависимости приведенного момента от обобщенной координаты, определить суммарную работу, мощность машины, провести промежуточную проверку работ другим вычислительным методом;

построить диаграмму кинетической энергии второй группы звеньев;

построить диаграмму кинетической энергии первой группы звеньев в установившемся режиме работы;

рассчитать необходимый дополнительный момент инерции (маховика) по заданному коэффициенту неравномерности;

построить диаграмму угловой скорости звена приведения в установившемся режиме работы;

построить диаграмму изменения угловой скорости в неуставившемся режиме работы по полученному при расчете моменту инерции маховика;

проводить силовой расчет во всех цилиндрах поршневой машины, проверить расчет двумя разными вычислительными методами;

3) используя алгоритм из п. 2, составить программу MathCAD. Проконтролировать правильность выполнения каждого шага алгоритма построением цикловых графиков;

4) осуществить проверку отдельных этапов расчета.

2.1. Расчеты динамической модели машины

Применение системы MathCAD в динамике машин иллюстрируется примером проектирования и исследования судовой установки с двигателем внутреннего сгорания – ДВС (см. задание № 1Э в [1]).

Судовая силовая установка состоит из двухцилиндрового четырехтактного ДВС и планетарного редуктора (рис. 3), где 1 – коленчатый вал с маховиком, соединенный с шестерней z_1 ; 2 – шатун; 3 – поршень; 4 – планетарный редуктор, солнечное колесо которого соединено с коленчатым валом ДВС с помощью фрикциона (цепплия), размещенного внутри маховика. Водило Н планетарного редуктора соединено валом с гребным винтом. Зубчатая передача с неподвижными осями, состоящая из колес с числами зубьев z_1, z_2 , служит для вращения распределительного вала, на котором расположены кулачки 6 привода 7 клапанов 5 ДВС. Рабочий цикл четырехтактного ДВС осуществляется за два оборота кривошипа. Исходные данные расчета основного механизма приведены в работе [1]. На рис. 3 показан только один цилиндр ДВС, расположение и порядок работы остальных цилиндров необходимо выбрать из условия равномерного чередования рабочих процессов. Требуется определить: необходимый момент инерции маховика; необходимый момент при запуске; усилия в кинематических парах механизма двухцилиндровой машины (рис. 4, где 1 – коленчатый вал; 2, 4 – шатун; 3, 5 – поршень); закон движения коленчатого вала за один оборот при установленном и неустановившемся режимах работы.

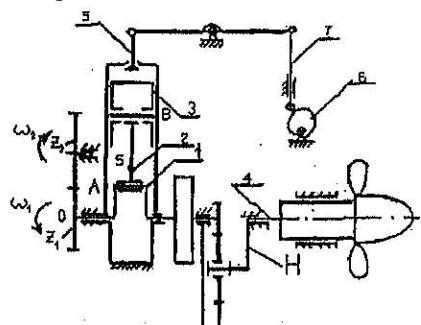


Рис. 3

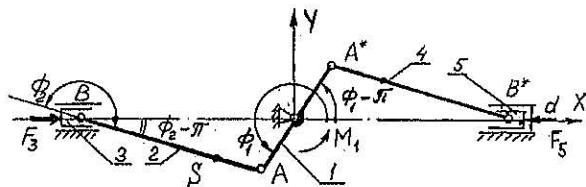


Рис. 4

Ниже приведен фрагмент программы ввода исходных данных.

Исходные данные:

Количество цилиндров	$i := 2$
Сдвиг фаз работы цилиндров	$\theta := 4 \frac{\pi}{i}$
Максимальное давление в цилиндре	$P_{\max} := 2800000$
Атмосферное давление	$P_{\text{атм}} := 100000$
Отношение l_{AB}/l_{OA}	$\lambda_{21} := 4$
Отношение l_{AS}/l_{AB}	$\lambda_S := 0.3$
Частота вращения кривошипа ДВС (об /мин)	$n_1 := 4000$
Коэффициент неравномерности вращения кривошипа	$\delta := \frac{1}{100}$
Средняя скорость поршня (м/с)	$V_{\text{ср}} := 9.50$
Отношение диаметра цилиндра к его ходу (D/H)	$e_{dh} := 1$
Длина кривошипа (м) (L_1)	$l_{OA} := 15 \cdot \frac{V_{\text{ср}}}{n_1} \quad l_{OA} = 0.036L_1 := l_{OA}$
Длина шатуна (м) (L_2)	$l_{AB} := \lambda_{21} \cdot l_{OA} \quad l_{AB} = 0.142$
Диаметр поршня (м)	$D := 2L_1 \cdot e_{dh} \quad D = 0.071$
Расстояние между точками В и S	$l_{AS} := \lambda_S \cdot l_{AB} \quad l_{AS} = 0.043$
Ход поршня (м)	$H := 2L_1 \quad H = 0.071$

После ввода исходных данных в единицах системы СИ проводится расчет параметров динамической модели по представленному примеру программы:

$$\text{Длина кривошипа (м) (L_1)} \quad l_{OA} := 15 \cdot \frac{V_{\text{ср}}}{n_1} \quad l_{OA} = 0.036L_1 := l_{OA}$$

$$\text{Длина шатуна (м) (L_2)} \quad l_{AB} := \lambda_{21} \cdot l_{OA} \quad l_{AB} = 0.142$$

$$\text{Диаметр поршня (м)} \quad D := 2L_1 \cdot e_{dh} \quad D = 0.071$$

$$\text{Расстояние между точками В и S} \quad l_{AS} := \lambda_S \cdot l_{AB} \quad l_{AS} = 0.043$$

$$\text{Ход поршня (м)} \quad H := 2L_1 \quad H = 0.071$$

При расчете динамических параметров машины и закона движения механизма машины со степенью подвижности $W = 1$ в целях упрощения решения задачи имеет смысл представить динамическую модель, описывающую свойства машины, в виде одного вращающегося звена – кривошипа, действие остальных звеньев следует заменить их энергетическими эквивалентами из расчета равенства работ на элементарных перемещениях и кинетических энергий.

При этих условиях замены реальных сил и их моментов условными приведенными моментами $M^{\text{пр}}$ и замены реальных масс приведенными моментами инерции $I^{\text{пр}}$ вращающееся звено динамической модели движется так, что его обобщенная координата и ее производные совпадают с параметрами начального звена механизма.

Динамическая модель машины – это не только картинка, но и система уравнений, описывающих ее динамические свойства, в виде суммарного приведенного момента инерции.

Рабочий процесс ДВС, как любой поршневой машины, связан с движением поршня и иллюстрируется индикаторной диаграммой, представляющейся в системе координат. Давление на поршень – перемещение поршня. При принятых в теоретической механике правилах сил индикаторная диаграмма по отношению к линии атмосферного давления представляет в ином масштабе диаграмму сил. В поршневых машинах за положительное направление сил принимается направление от поршня к центру вращения кривошипа, т. е. положительное направление силы соответствует избыточному давлению в цилиндре. Давление в системе СИ всегда положительно и измеряется в паскалях (Па), но для удобства в дальнейшем рассматриваются безразмерные координаты в виде отношений текущих давлений и перемещений к максимальным их значениям.

Индикаторная диаграмма поршневой машины приводится в виде таблицы безразмерных изменений давлений и перемещений поршня:

$$\frac{P - P_{\text{атм}}}{P_{\text{max}} - P_{\text{атм}}}; \quad \frac{S}{H}.$$

Ниже приведена программа аппроксимации индикаторной диаграммы давлений на поршень:

P, P_{max} – текущее и максимальное изменения абсолютного давления на поршень;

$P_{\text{атм}}$ – атмосферное давление;
 S – перемещение поршня от ВМТ;
 H – ход поршня;
 PR – изменение давления при расширении (безразмерное);
 PS – изменение давления при сжатии (волях $P_{\text{атм}}$);
 $SH = S/H$ – отношение перемещения к ходу поршня (безразмерное);

$SH :=$	0	0.69	0.69
	0.025	1.0	0.5
	0.05	0.8	0.360
	0.1	0.590	0.260
	0.2	0.328	0.130
	0.3	0.214	0.061
	0.4	0.148	0.024
	0.5	0.100	0.013
	0.6	0.079	0.009
	0.7	0.069	-0.002
	0.8	0.062	-0.008
	0.9	0.043	-0.010
	1.0	0.004	-0.013

По этим данным создаются векторы кубического сплайна:

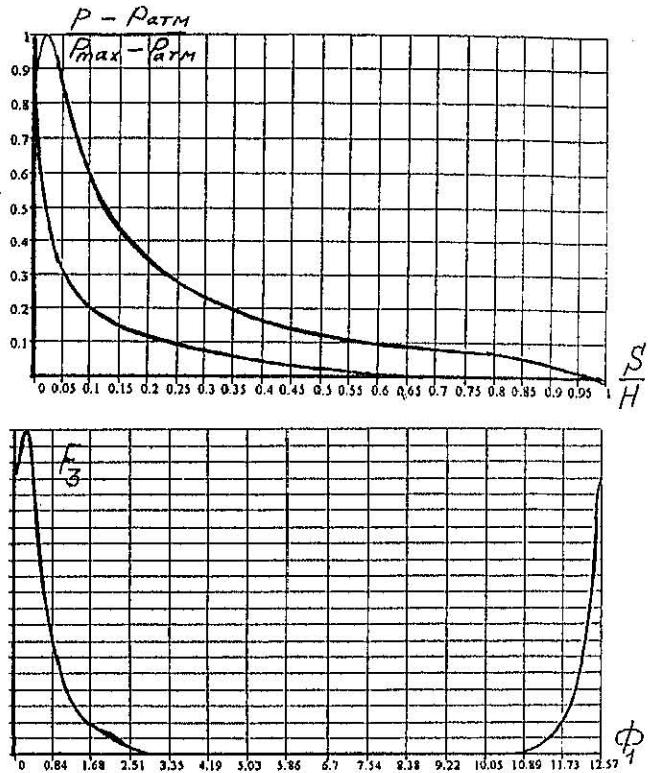
$$VPR := \text{cspline}(SH, PR)$$

$$VPS := \text{cspline}(SH, PS)$$

Строится индикаторная диаграмма в системе координат давление – перемещение поршня (безразмерных).

$$\text{intPR}(x) := \text{interp}(VPR, SH, PR, x) \quad \text{intPS}(x) := \text{interp}(VPS, SH, PS, x)$$

Индикаторная диаграмма и диаграмма сил давления на поршень показаны на рисунках:



Рассмотрим построение диаграммы сил давления на поршень.

Для построения диаграммы сил давлений на поршень используется известная из кинематики кривошипно-ползунного механизма зависимость связи перемещения ползуна (поршня), отсчитанного от верхней мертвоточки, с углом поворота кривошипа ϕ_1 (см. рис. 4).

Ниже приведен фрагмент программы:

$$S_B = L_1 + L_2 - L_1 \cos \phi_1 - L_2 \cos \phi_2$$

$$\phi_1 := 0, \frac{\pi}{100}..2\pi$$

$$\phi_2(\phi_1) := \arcsin\left(\frac{\sin(\phi_1)}{\lambda_{21}}\right)$$

Безразмерная зависимость S приводится к виду

$$S(\phi_1) := 0,5(1 + \lambda_{21} - 1 \cdot \cos(\phi_1) - \lambda_{21} \cdot \cos(\phi_2(\phi_1)))$$

Построим график зависимости перемещения поршня (безразмерного) S/H от функции угла поворота кривошипа ϕ_1 .

$$x(\phi_1) := S(\phi_1) \quad \phi_1 := 0, \frac{\pi}{500}..4\pi$$

$$F_{3R}(\phi_1) := \begin{cases} \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot \text{intPR}(S(\phi_1)) \cdot (P_{max} - P_{atm}) & \text{if } 0 \leq \phi_1 < \pi \\ 0 & \text{if } \pi \leq \phi_1 \leq 4\pi \end{cases}$$

$$F_{3S}(\phi_1) := \begin{cases} \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot \text{intPS}(S(\phi_1)) \cdot (P_{max} - P_{atm}) & \text{if } 3\pi \leq \phi_1 \leq 4\pi \\ 0 & \text{if } 0 < \phi_1 < 3\pi \end{cases}$$

$$F_3(\phi_1) := F_{3R}(\phi_1) + F_{3S}(\phi_1)$$

Определение приведенного момента газовой силы, приложенной к поршню $M_{\text{пр}}$ первого цилиндра четырехтактного ДВС, проводят на периоде 4π , пренебрегая давлением в цикле всасывания и выпуск газов. Значения аналогов скоростей поршня находят дифференцированием зависимости перемещения поршня по углу поворота звена 1.

Ниже приведен фрагмент программы:

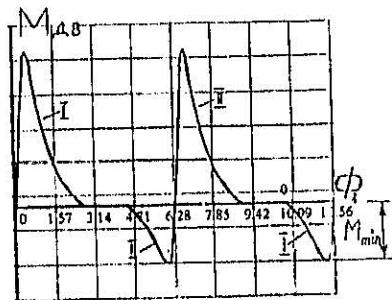
$$M_{\text{пр}}(\phi_1) := \begin{cases} 0 & \text{if } \phi_1 < 0 \\ \left(2 \cdot L_1 \cdot F_{3R}(\phi_1) \cdot \frac{d}{d\phi_1} S(\phi_1) \right) & \text{if } 0 < \phi_1 < \pi \\ \left(2 \cdot L_1 \cdot F_{3S}(\phi_1) \cdot \frac{d}{d\phi_1} S(\phi_1) \right) & \text{if } 3\pi < \phi_1 < 4\pi \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

В многоцилиндровой машине рабочие процессы отдельных цилиндров должны передаваться равномерно. Поэтому в нашем случае двухцилиндрового четырехтактного ДВС выбираем сдвиг фаз рабочих процессов разных цилиндров 2π , то есть когда в одном цилиндре происходит сжатие или рабочий цикл, во втором цилиндре будет выпуск или всасывание;

$$M_{np1}(\phi_1) := M_{np}(\phi_1)$$

$$M_{np2}(\phi_1) := \begin{cases} 0 & \text{if } \phi_1 < 0 \\ M_{np}(\phi_1 + \theta) & \text{if } 0 \leq \phi_1 \leq 2\pi \\ M_{np}(\phi_1 - \theta) & \text{if } 2\pi \leq \phi_1 \leq 4\pi \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$M_{npi}(\phi_1) := M_{np1}(\phi_1) + M_{np2}(\phi_1)$$



Расчет работ, совершаемых газовой силой, служит проверкой проведенных ранее расчетов и может быть выполнен двумя путями.

Работа, совершаемая в цилиндре поршневой машины, определяется по индикаторной диаграмме.

Ниже представлен фрагмент программы:

$$A_i := 2L_1 \pi \frac{D^2}{4} \cdot \left(\int_0^1 \text{intPR}(s) ds - \int_0^1 \text{intPS}(s) ds \right) \cdot (P_{max} - P_{atm}) \quad A_i = 106.0$$

$$\phi_1 := 0, \frac{\pi}{150} .. 2\pi \quad s = S/2L_1 \quad - \text{безразмерное перемещение};$$

$\text{IntPR}(s), \text{IntPS}(s)$ - безразмерные изменения давления на линиях расширения и сжатия индикаторной диаграммы.

Работа от приведенного суммарного момента (двухцилиндрового ДВС):

$$A_1 := \int_0^{2\pi} M_{npi}(\phi_1) d\phi_1 \quad A_1 = 106.026$$

Рассчитаем средний за цикл момент (двухцилиндрового ДВС):

$$M_{cp1} := \frac{A_1}{2\pi} \quad M_{cp1} = 16.875$$

и среднюю эффективную мощность двигателя (без учета механического КПД)

$$P = M_{cp1} \cdot \omega_{1cp}, \quad \text{где: } \omega_{1cp} = (\pi / 30) \cdot n_1 \text{ (об/мин)}$$

Равенство работ, рассчитанных по индикаторной диаграмме и через приведенный момент за цикл, свидетельствует о правильности проведенных расчетов.

Для расчета приведенного момента инерции механизма используются известные из кинематики кривошипно-ползунного механизма выражения аналогов скоростей.

Фрагмент программы:

$$U_{21}(\phi_1) := (-1) \cdot \frac{\cos(\phi_1)}{\sqrt{(\lambda_{21})^2 - (\sin(\phi_1))^2}} \quad - \text{мгновенное передаточное отношение угловых скоростей шатуна и кривошипа}.$$

$$V_{qsx}(\phi_1) := -L_1 \cdot \sin(\phi_1) \cdot (1 - U_{21}(\phi_1) \cdot \lambda_S) \quad - \text{проекция аналога скорости точки S шатуна}$$

$$V_{qsy}(\phi_1) := L_1 \cdot (1 - \lambda_S) \cdot \cos(\phi_1)$$

$$V_{qb}(\phi_1) := L_1 \cdot \left[\sin(\phi_1) + \sin(\phi_1) \cdot \frac{\cos(\phi_1)}{\sqrt{\lambda_{21}^2 - (\sin(\phi_1))^2}} \right] \quad - \text{аналог скорости поршня}$$

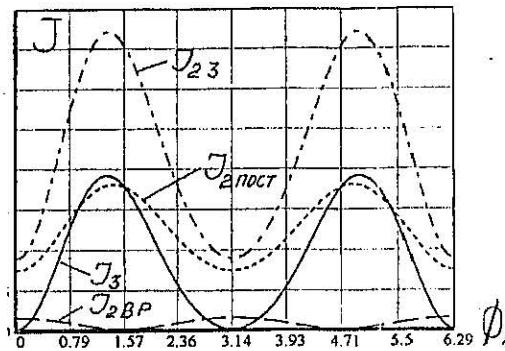
$$V_{qs2}(\phi_1) := \sqrt{(V_{qsx}(\phi_1))^2 + (V_{qsy}(\phi_1))^2} \quad - \text{Кинематическая передаточная функция скорости движения центра масс S}$$

$$J_{\Sigma}(\phi) = J_{23}(\phi) + J_{23}(\phi + \theta),$$

где $J_{23}(\phi) = J_{2\text{пост}}(\phi) + J_{2\text{вр}}(\phi) + J_3(\phi)$ – приведенный момент инерции поступательно двигающихся и вращающихся масс одного цилиндра, $\theta = 2\pi$ – сдвиг фаз циклов второго цилиндра;

$$J_{2\text{пост}}(\phi) = m_2 \cdot (v_{qb}(\phi))^2, J_{2\text{вр}}(\phi) = J_{2S} \cdot (U_{21}(\phi))^2$$

$$J_3(\phi) = m_3 \cdot (v_{qb}(\phi))^2, m_2, m_3 – \text{массы шатуна и поршня.}$$



2.2. Расчеты закона движения в установившемся режиме

По параметрам динамической модели машины определяется закон ее движения. Установившийся режим характеризуется периодическими колебаниями скорости вращения ω_1 звена приведения 1 около среднего значения $\omega_{ср1} = \pi n_1 / 30$. Значения скорости ω_1 в начале и конце цикла установившегося движения равны, что связано с равенством за цикл работы сил движущих и сил полезного сопротивления.

Ниже приведена программа расчета закона движения машины в установившемся режиме.

Используя движущий момент двух цилиндров, можно построить график работы движущей силы

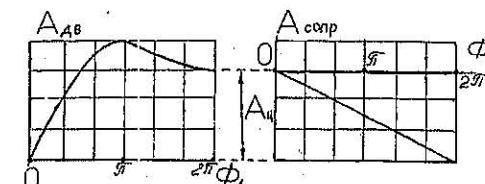
$$A_d(\phi_1) := \int_0^{\phi_1} M_{нр1}(\phi_1) d\phi_1.$$

Найдя средний за цикл момент, можно построить график работы силы сопротивления, используя формулу

$$A_c(\phi_1) := -M_{ср1} \cdot \phi_1.$$

Построив диаграммы работ движущей силы и силы сопротивления, можно построить и суммарную диаграмму работ ΣA :

$$\Sigma A_{сум1}(\phi_1) := A_d(\phi_1) + A_c(\phi_1)$$



Работа в установившемся режиме

$$A := \int_0^{2\pi} M_{нр1}(\phi_1) d\phi_1 \quad A = 106.026$$

$$Ad(n) := \begin{cases} x \leftarrow n \cdot \frac{\pi}{6} \\ \int_0^x M_{нр1}(\phi) d\phi \end{cases}$$

Для установившегося режима работа движущих сил и сил сопротивления равна за цикла, значит мы можем записать:

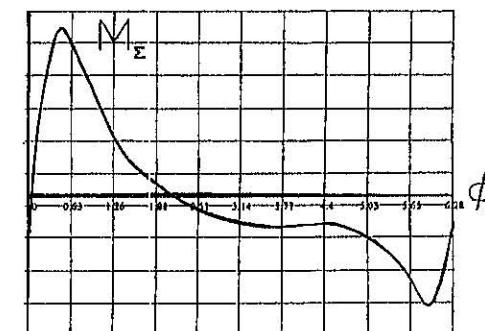
$$Mc := \frac{-A}{2 \cdot \pi} \quad Mc = -16.875$$

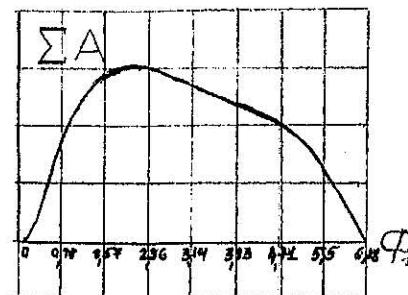
A - работа за цикл

Mc - момент сопротивления

$$n := 0, 1..12$$

Суммарный момент M_{Σ} общем случае равен сумме приведенных моментов сил движущих и сил сопротивления, суммарная работа ΣA всех сил за цикл равна нулю.





Чтобы определить момент инерции маховика, необходимый для обеспечения заданной степени неравномерности вращения δ , воспользуемся методом профессора Мерцалова. В основу метода положена уже рассмотренная нами в разделе 2.1 динамическая модель машины, в которой необходимо выбрать в качестве начального звена главный вал машины – кривошип I . Приведенные массы всех звеньев подразделяются на две группы. В первую группу включается начальное звено, а также звенья, связанные с начальным звеном постоянным передаточным отношением, например, с помощью зубчатых передач. К второй группе звеньев относят звенья, связанные со звеном приведения переменным передаточным отношением, в нашем случае это шатун и поршень (звено 2 и 3).

Таким образом, инерционные свойства механизма описываются суммарным приведенным моментом инерции:

$$I_{\text{пр}\Sigma} = I_I + I_{II},$$

где I_I – приведенный момент инерции первой группы звеньев, I_{II} – приведенный момент инерции второй группы звеньев, который описывает не только инерциальные свойства звеньев, но и их свойства изменять свою кинетическую энергию при постоянной скорости вращения главного вала машины. Изменение кинетической энергии первой группы звеньев мы представляем в виде разности суммарной работы всех сил ΣA и изменения кинетической энергии второй группы звеньев:

$$\Delta T_I = \Sigma A - T_{II},$$

где $\Delta T_{II} = I_{II} (\omega_{cpI})^2 / 2$ – изменение кинетической энергии звеньев второй группы. При вычислении ΔT_{II} сделано допущение о том,

что влиянием колебаний угловой скорости можно пренебречь при одновременном значительном изменении приведенного момента инерции второй группы звеньев. Расчет изменений кинетической энергии второй группы звеньев T_{II} при малом значении степени неравномерности вращения будет проводиться при замене истинной скорости вращения ее средним значением.

Фрагмент программы:

$$\Delta T_I(\phi_1) : A_{\Sigma}(\phi_1) - T_{II}(\phi_1)$$

Таким образом, построение кривой изменения кинетической энергии первой группы звеньев сводится к вычитанию из суммарной работы ΣA кинетической энергии второй группы звеньев.

Изменение кинетической энергии первой группы звеньев связано с колебаниями скорости вращения ω_I главного вала машины.

Максимальный размах колебаний скорости главного вала машины связан с минимальным и максимальным значениями кинетической энергии:

$$T_{I \max} = I_I^{\text{пр}} (\omega_{\max})^2 / 2 \text{ и } T_{I \min} = I_I^{\text{пр}} (\omega_{\min})^2 / 2.$$

Наибольшее изменение кинетической энергии первой группы звеньев

$$\Delta T_{I \text{ наиб}} = T_{I \max} - T_{I \min} = I_I^{\text{пр}} \omega_{cpI} \delta.$$

Здесь δ – коэффициент неравномерности вращения главного вала, $\omega_{cpI} = 2\pi n_I / 60$ (рад/с) – средняя скорость вращения главного вала машины, где n_I измеряется в об/мин;

$$\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / \omega_{cpI}.$$

Разрешив уравнение $\Delta T_{I \text{ наиб}}$ относительно неизвестного момента инерции, необходимого для обеспечения допустимой заданной степени неравномерности вращения δ , получим

$$I_I^{\text{пр}} = \Delta T_{I \text{ наиб}} / (\omega_{cpI}^2 \delta).$$

По методике расчета Мерцалова кривая изменения кинетической энергии первой группы звеньев ΔT_I приближенно представляет и закон движения первого звена в виде отклонения скорости кривошипа (1) от средней скорости движения:

$$\Delta\omega_1 = \omega_1 - \omega_{1cp} = \Delta T_1 / \left(J_{1\text{необх}}^{\text{pp}} \omega_{1cp} \right),$$

т. е. кривая ΔT_1 в другом масштабе (угловой скорости) представляет и кривую колебаний угловой скорости около ее среднего за цикл значения.

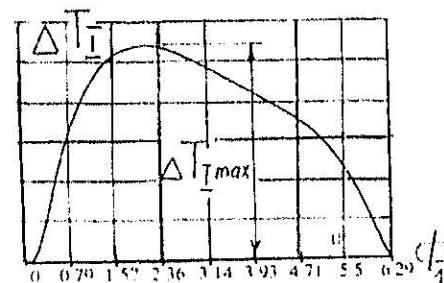
Следует обратить внимание на то, что для той же машины с неизменным моментом инерции J_1 на другом установившемся режиме с новой средней угловой скоростью амплитуда угловой скорости будет иной. То есть допущение о пропорциональности изменения угловой скорости $\Delta\omega_1$ и изменения кинетической энергии первой группы звеньев ΔT_1 справедливо в узком диапазоне колебаний около выбранной средней скорости.

Закон движения главного вала машины в виде скорости вращения позволяет определить в каждый момент угловое ускорение вала путем дифференцирования. Находим изменение угловой скорости при установившемся режиме работы ДВС.

Фрагмент программы:

$$\Delta\omega_1(\phi_1) := \frac{\Delta T_1(\phi_1)}{J_{1\text{необх}} \cdot \omega_{1cp}}$$

Зависимость изменения кинетической энергии первой группы звеньев, совпадающая по форме с графиком изменения угловой скорости звена 1 около среднего ее значения, показана на рисунке.



Аппроксимируем график с помощью кубического сплайна

$$\phi_1 := 0, \frac{\pi}{200}, \dots, 2\pi \quad \varepsilon_1(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1} (\omega_1(\phi_1)) \cdot \omega_1(\phi_1)$$

где eps1 – матрица промежуточных значений углового ускорения; ϕ_e – матрица промежуточных значений угла поворота кривошипа; $\varepsilon(\phi_1)$ – сплайн аппроксимированная функция углового ускорения,

$$\phi_e := \frac{\pi}{6} \cdot x$$

$$x := 0., \frac{\pi}{6}, 2\pi$$

$$\text{eps2} := \text{cspline}(\phi_e, \text{eps1})$$

$$\varepsilon(\phi_1) := \text{interp}(\text{eps2}, \phi_e, \text{eps1}, \phi_1)$$

Полученную зависимость ε_1 углового ускорения звена 1 можно проверить повторным вычислением через параметры динамической модели машины $M_\Sigma(\phi)$ и $J_{11}(\phi)$:

$$\varepsilon_1 = (M_\Sigma(\phi) - (\omega_{1cp})^2 (dJ_{11}(\phi)/d\phi) / 2) / (J_1 + J_{11}(\phi)).$$

2.3. Расчеты закона движения в неустановившемся режиме

В неустановившемся режиме ставится важная задача – определение времени движения, например времени разгона машины, и необходимой для этого работы. Эта задача может быть сформулирована и как определение минимально необходимых для разгона движущих сил. Например, выбранный для привода компрессора в установившемся режиме электрический двигатель должен иметь запас пускового момента по сравнению его со средним значением для преодоления силы сжатия воздуха в цилиндре при пуске.

В задании № 1Э из [1] запуск ДВС осуществляется с помощью стартера. Наиболее тяжелыми условиями запуска будет движение механизма с нижней мертвой точкой, преодолевающего значительную силу сжатия газов в цилиндре ДВС. Поэтому первой задачей, которую придется решить при рассмотрении режима разгона, является определение минимально необходимого момента стартера для обеспечения запуска при отсоединенном от ДВС потребителе ($M_{\text{comp}}=0$).

Ниже приведен фрагмент программы расчета:

При запуске ДВС прикладывается постоянный движущий момент от стартера не менее минимального необходимого момента для преодоления сил цикла сжатия

$$M_{\min} := -68.392$$

$$M_{\text{ст}} := |M_{\min}|$$

Запуск начинается с цикла сжатия, поэтому производим изменение начала координат на угол π

Суммарный момент

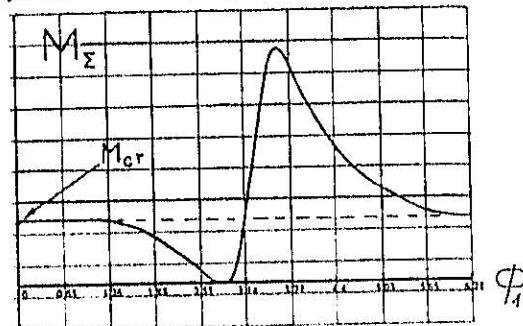
$$\gamma := \pi$$

$$\phi_1 := 0, \frac{\pi}{150} .. 2\pi$$

$$M_{\text{газов}}(\phi_1) := \begin{cases} M_{\text{нр}}(\phi_1 + \gamma) & \text{if } 0 \leq \phi_1 \leq \pi \\ M_{\text{нр}}(\phi_1 - \gamma) & \text{if } \pi \leq \phi_1 \leq 2\pi \end{cases}$$

$$M_{\Sigma}(\phi_1) := M_{\text{газов}}(\phi_1) + M_{\text{ст}}$$

Зависимость приведенного к валу двигателя момента газовых сил и стартера показана на рисунке:



Интегрирование суммарного приведенного момента газовых сил и момента стартера дает суммарную работу, которая при правильном выборе момента стартера должна быть положительной в любой момент времени, т. е. является работой движущих сил при равенстве нулю работы сил полезного сопротивления.

Находим суммарную работу сил при запуске.

Аппроксимируем график работы с помощью кубического сплайна

$$\phi_1 := 0, \frac{\pi}{300}, 2\pi$$

$$\Sigma A(\phi_1) := \int_0^{\phi_1} M_{\Sigma}(\phi_1) d\phi_1,$$

где A – матрица промежуточных значений суммарной работы.

ϕ – матрица промежуточных значений угла поворота кривошипа.

$\Sigma A(\phi_1)$ – сплайн аппроксимированная функция работы;

$$asp := \text{cspline}(\phi, \Sigma A);$$

$$\Sigma A(\phi_1) := \text{interp}(asp, \phi, \Sigma A, \phi_1);$$

$$\omega_1(\phi_1) := \sqrt{2\Sigma A(\phi_1)/(J_1 + J_{II}(\phi))}.$$

Построение диаграммы изменения угловой скорости ω_1 звена приведения в неустановившемся режиме работы проводится по значению момента инерции маховика, полученному при расчете на установившемся режиме. Расчет времени движения осуществляется путем интегрирования обратной функции $1/\omega_1$. При нулевых начальных условиях $\phi=0, \omega=0$ обратная функция обращается в бесконечность. Если расчет на ЭВМ не происходит, это означает ошибку. Чтобы ее исправить, начальная координата расчета сдвигается на незначительную угловую величину, например $\frac{\pi}{120}$, которая мало сказывается на конечных результатах.

Фрагмент программы:

$\phi_1 := \frac{\pi}{120}, \frac{\pi}{11}, 2\pi$ Аппроксимируем эту формулу
в график с помощью кубического сплайна

$$\Delta t(\phi_1) := \int_{\frac{\pi}{120}}^{\phi_1} \frac{1}{\omega_1(\phi_1)} d\phi_1$$

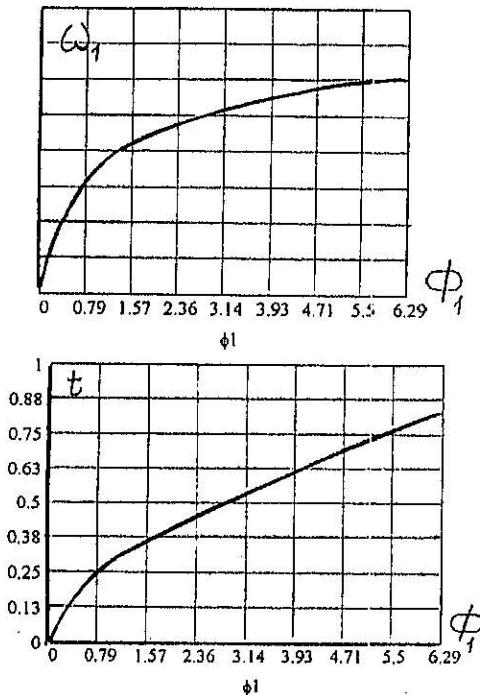
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0.132 \\ 0.215 \\ 0.281 \\ 0.326 \end{pmatrix}$$

$$\phi_1 := \begin{pmatrix} 0 + \frac{\pi}{120} \\ \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{120} \\ \pi + \frac{\pi}{120} \\ 3\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{120} \\ 2\pi + \frac{\pi}{120} \end{pmatrix}$$

где: time – матрица промежуточных значений времени;
 ϕ_1 – матрица промежуточных значений угла поворота кривошипа;
 $\Delta t(\phi_1)$ – сплайн аппроксимированная функция времени движения;
 $\text{tsp} := \text{cspline}(\phi_1, \text{time})$;
 $\Delta t(\phi_1) := \text{interp}(\text{tsp}, \phi_1, \text{time}, \phi_1)$.

Угловое ускорение вала I находим дифференцированием закона изменения скорости ω_1 . Поскольку расчет производной проводится по углу поворота вала ϕ_1 , то переход к дифференцированию по времени осуществляется с использованием закона $\omega_1 = f(\phi_1)$. В приведенном ниже фрагменте программы представлены зависимости изменения угловой скорости ω_1 звена приведения и времени движения в функции угла поворота ϕ (в MathCAD угол ϕ_1). Эти зависимости целесообразно перестроить в систему координат $\omega_1 = f(t)$ путем исключения угловой координаты ϕ .

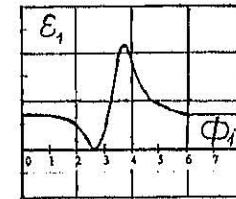
Фрагмент программы:



Аппроксимируем график с помощью кубического сплайна

$$\phi_1 := 0, \frac{\pi}{200}..2\pi \quad \epsilon_1(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1}(\omega_1(\phi_1)) \cdot \omega_1(\phi_1)$$

где eps1 – матрица промежуточных значений углового ускорения
 ϕ_e – матрица промежуточных значений угла поворота кривошипа
 $\epsilon(\phi_1)$ – сплайн аппроксимированная функция углового ускорения
 $\text{eps2} := \text{cspline}(\phi_e, \text{eps1})$
 $\epsilon(\phi_1) := \text{interp}(\text{eps2}, \phi_e, \text{eps1}, \phi_1)$



Зависимость ϵ_1 углового ускорения звена I можно проверить повторным вычислением через параметры динамической модели машины $M_\Sigma(\phi)$ и $J_{11}(\phi)$ по уравнению в дифференциальной форме:

$$\epsilon_1 = (M_\Sigma(\phi) - (\omega_{\text{спл}})^2 (d J_{11}(\phi)/d\phi) / 2) / (J_1 + J_{11}(\phi))$$

(см. фрагмент программы, приведенной выше).

2.4. Определение усилий в кинематических парах механизма

При движении механизма в его кинематических парах возникают силы взаимодействия между звеньями, называемыми усилиями в кинематических парах.

Для проведения силового расчета используется принцип Даламбера, т. е. при ускоренном движении звеньев рассматриваются уравнения динамического равновесия под действием внешних сил, реакций и сил инерции. Однако если начинать силовой расчет с изолированного звена, то количество неизвестных силовых факторов, подлежащих определению, оказывается больше числа независимых уравнений для их определения. Такая расчетная система называется статически неопределенной. Количество неизвестных

силовых факторов, подлежащих определению, и число независимых уравнений для их определения равны в статически определимой группе звеньев, известной под названием группы Ассура. Такая группа в плоском кривошипно-ползунном механизме состоит из поршня и шатуна, как показано на рис. 5.

Силовой расчет в плоском механизме начинается с описания заданных сил, действующих на выделенную структурную группу, и выделения неизвестных сил. Определение сил инерции и моментов сил инерции осуществляется по линейным ускорениям центров масс звеньев и угловым ускорениям звеньев.

Ниже приведен фрагмент программы:

$$\phi_1 := 0, 0.01.. 2 \cdot \pi$$

$$\varepsilon_q(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1} U_{21}(\phi_1)$$

-аналог углового ускорения звена 2

$$x_b(\phi_1) := -L_1 \cdot [\cos(\phi_1) + \sqrt{(\lambda_{21})^2 - (\sin(\phi_1))^2}]$$

-координата x точки B

$$B(\phi_1) := \varepsilon_q(\phi_1) \cdot \sin(\phi_2(\phi_1)) + (U_{21}(\phi_1))^2 \cdot \cos(\phi_2(\phi_1))$$

-перемещение точки B

$$a_{qb}(\phi_1) := -L_1 \cdot (\cos(\phi_1) + \lambda_{21} \cdot B(\phi_1))$$

a_{qb} -аналог ускорения точки B

$$\varepsilon_2(\phi_1) := (\omega_1(\phi_1))^2 \cdot \varepsilon_q(\phi_1) + U_{21}(\phi_1) \cdot \varepsilon(\phi_1)$$

ε_2 - угловое ускорение звена 2

$$V_{qb}(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1} X_b(\phi_1)$$

v_{qb} -аналог скорости точки B

$$V_{qxs}(\phi_1) := -L_1 \cdot \sin(\phi_1) \cdot (1 - U_{21}(\phi_1) \cdot \lambda_S)$$

-составляющие аналога скорости точки S по оси x и y

$$V_{qys}(\phi_1) := L_1 \cdot (1 - \lambda_S) \cos(\phi_1)$$

$$a_b(\phi_1) := (\omega_1(\phi_1))^2 \cdot a_{qb}(\phi_1) + \varepsilon(\phi_1) \cdot V_{qb}(\phi_1)$$

a_b - ускорение ползуна

$$a_{qsx}(\phi_1) := -L_1 \cdot (\cos(\phi_1) + \lambda_{21} \cdot \lambda_S \cdot B(\phi_1))$$

a_{qsx}, a_{qsy} - проекции аналога

$$a_{qsy}(\phi_1) := L_1 \cdot (\lambda_S - 1) \sin(\phi_1)$$

ускорения точки S

$$a_{sx}(\phi_1) := (\omega_1(\phi_1))^2 \cdot a_{qsx}(\phi_1) + \varepsilon(\phi_1) \cdot V_{qxs}(\phi_1)$$

a_{sx}, a_{sy} - проекции линейного

$$a_{sy}(\phi_1) := (\omega_1(\phi_1))^2 \cdot a_{qsy}(\phi_1) + \varepsilon(\phi_1) \cdot V_{qys}(\phi_1)$$

ускорения центра масс S

$$a_s(\phi_1) := \sqrt{(a_{sx}(\phi_1))^2 + (a_{sy}(\phi_1))^2}$$

a_s - ускорение центра масс S

шатуна

Силы инерции и моменты сил инерции

Составляющие силы инерции шатуна

$$\Phi_{2x}(\phi_1) := -m_2 \cdot a_{sx}(\phi_1)$$

$$\Phi_{2y}(\phi_1) := -m_2 \cdot a_{sy}(\phi_1)$$

Момент сил инерции 1 звена

$$M_{\Phi 1}(\phi_1) := -1 \cdot \varepsilon(\phi_1)$$

Сила инерции поршня

$$\Phi_3(\phi_1) := -m_3 \cdot a_b(\phi_1)$$

Главный момент сил инерции звена 2

$$M_{\Phi 2}(\phi_1) := -I_{2S} \cdot \varepsilon_2(\phi_1)$$

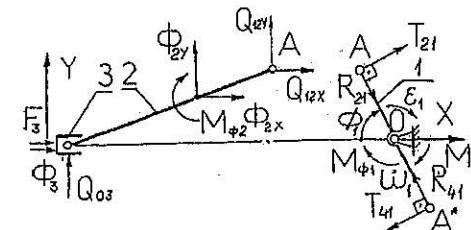


Рис. 5

В рассматриваемом примере расчета двухцилиндрового четырехтактного ДВС можно пренебречь силами тяжести, так как их значения в сотни раз меньше сил инерции и газовых сил в циклах сжатия и расширения газов.

Наиболее простой алгоритм определения усилий в кинематических парах многоцилиндровой машины получается при рассмотрении уравнений равновесия структурных групп, состоящих из звеньев 2–3 и 4–5 (поршня и шатуна рис. 4 и 5) в виде суммы моментов относительно точки A. При сдвиге фаз рабочих процессов в цилиндрах $\theta = 2\pi$, при расчёте можно допустить, что в одном цилиндре с группой звеньев 4–5 происходят процессы всасывания и выпуска газов, в которых силами давления газов на поршень можно пренебречь. В то же самое время в другом цилиндре с группой звеньев 2–3 происходят процессы сжатия и расширения, в которых силы давления газов на поршень в сотни раз превышают значения газовых сил в циклах всасывания и выпуска газов ДВС. Часто подобные допущения можно сделать и в других поршневых машинах (компрессорах и насосах). Таким образом, перед составлением программы расчета необходимо проведение анализа действующих в машине сил и исключения из расчета пренебрежимо малых силовых факторов, изменение которых происходит в пределах точности расчета (3–5 %).

Ниже приведен фрагмент программы расчета усилий в многоцилиндровой машине при допущениях, перечисленных в начале настоящего раздела:

$$Q_{05}(\phi_1) := \frac{\Phi_{2x}(\phi_1) \cdot l_{AS} \cdot \sin(\phi_2(\phi_1)) + M_{\Phi 2}(\phi_1) + \Phi_{2y}(\phi_1) \cdot l_{AS} \cdot \cos(\phi_2(\phi_1)) +}{L_1 \cdot \cos(\phi_2(\phi_1))} \\ + \frac{\Phi_3(\phi_1) \cdot L_1 \cdot \sin(\phi_2(\phi_1))}{L_1 \cdot \cos(\phi_2(\phi_1))}$$

$$\phi_1 := 0, 0.05.. 2 \cdot \pi$$

проекции сил на ось X:

$$\Sigma F_x = 0 \quad Q_{14x}(\phi_1) := -\Phi_{2x}(\phi_1) - \Phi_3(\phi_1)$$

проекции сил на ось Y:

$$\Sigma F_y = 0 \quad Q_{14y}(\phi_1) := -\Phi_{2y}(\phi_1) - Q_{41}(\phi_1)$$

$$Q_{41x}(\phi_1) := -(Q_{14x}(\phi_1)) \quad Q_{41y}(\phi_1) := -(Q_{14y}(\phi_1))$$

$$R_{41}(\phi_1) := Q_{41x}(\phi_1) \cdot \cos(\phi_1) + Q_{41y}(\phi_1) \cdot \sin(\phi_1)$$

$$T_{41}(\phi_1) := Q_{41x}(\phi_1) \cdot \sin(\phi_1) - Q_{41y}(\phi_1) \cdot \cos(\phi_1)$$

$$\Sigma M_a = 0$$

$$Q_{03}(\phi_1) := \frac{(\Phi_{2x}(\phi_1) \cdot l_{AS} \cdot \sin(\phi_2(\phi_1)) + M_{\Phi 2}(\phi_1) - \Phi_{2y}(\phi_1) \cdot l_{AS} \cdot \cos(\phi_2(\phi_1)))}{L_1 \cdot \cos(\phi_2(\phi_1))}$$

$$\phi_1 := 0, 0.05.. 2 \cdot \pi \quad + \frac{\Phi_3(\phi_1) \cdot L_1 \cdot \sin(\phi_2(\phi_1)) + F_3(\phi_1) \cdot L_1 \cdot \sin(\phi_2(\phi_1))}{L_1 \cdot \cos(\phi_2(\phi_1))}$$

Проекции силы Q_{21} на оси X и Y:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_x = 0$$

$$Q_{12y}(\phi_1) := -\Phi_{2y}(\phi_1) - Q_{21}(\phi_1) \quad Q_{12x}(\phi_1) := -\Phi_3(\phi_1) - F_3(\phi_1) - \Phi_{2x}(\phi_1)$$

$$Q_{21x}(\phi_1) := -(Q_{12x}(\phi_1)) \quad Q_{21y}(\phi_1) := -(Q_{12y}(\phi_1))$$

$$R_{21}(\phi_1) := Q_{21x}(\phi_1) \cdot \cos(\phi_1) + Q_{21y}(\phi_1) \cdot \sin(\phi_1)$$

$$T_{21}(\phi_1) := Q_{21x}(\phi_1) \cdot \sin(\phi_1) - Q_{21y}(\phi_1) \cdot \cos(\phi_1)$$

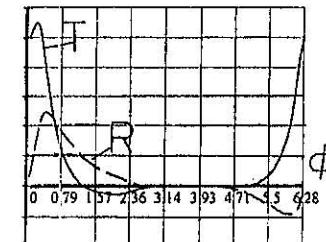
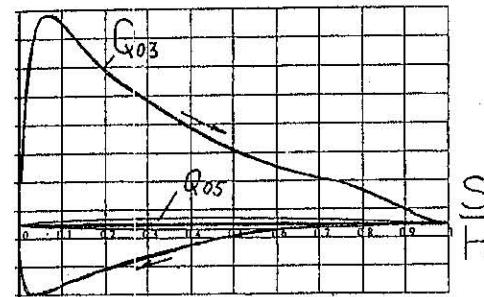


Диаграмма изменения сил реакции зеркала цилиндра на поршни Q_{03} и Q_{05} (см. рисунки, приведенные выше в фрагменте программы) показана в функции безразмерного перемещения поршня от верхней, или внешней, мертвоточки и может быть использована для расчета цилиндра и поршня на прочность и износостойкость. Для удобства дальнейших расчетов на прочность коленчатого вала реакции Q_{12} и Q_{21} между шатуном и кривошипом разложены (см. рис. 5) на тангенциальную (полезную) составляющую T и радиальную составляющую R , не влияющую на крутящий момент. Изменение составляющих T и R показаны в зависимости от угла поворота кривошипа ϕ_1 . Подобный прием разложения сил удобен во всех поршневых машинах, так как облегчает проведение расчета на прочность и позволяет обосновать выбор угловых координат для выполнения отверстия в коленчатом валу 1, предназначенном для подвода смазки в кинематическую пару.

Силовой расчет следует завершить проведением проверки. Для этого следует рассмотреть динамическое равновесие звена 1 (см. рис. 5). Учитывая уравнение суммы моментов сил реакции T со стороны двух цилиндров относительно центра вращения криво-

шипа, мы используем также силовые факторы (момент сил инерции звена 1 и момент полезного сопротивления или момент стартера), определенные другими вычислительными методами по другим динамическим моделям. Это позволяет нам вычислить возникшую при расчете абсолютную ошибку Δ и относительную ошибку Delta, которые при принятой методике расчета возникают при аппроксимации диаграмм сил и при использовании численных методов дифференцирования и интегрирования.

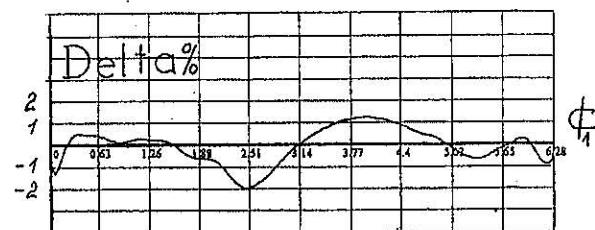
Ниже приведен фрагмент программы:

$$\Sigma M_0 = 0$$

$$\Delta(\phi_1) := T_{41}(\phi_1) \cdot L_1 + T_{21}(\phi_1) \cdot L_1 + M_{\Phi 1}(\phi_1) + M_{ct}$$

$$\text{Delta}(\phi_1) := \frac{\Delta(\phi_1)}{\sqrt{(T_{41}(\phi_1) \cdot L_1)^2 + (T_{21}(\phi_1) \cdot L_1)^2 + (M_{\Phi 1}(\phi_1))^2 + M_{ct}^2}}$$

Delta -
относительная
ошибка в %



Относительная ошибка расчета зависит от угловой координаты звена 1, максимальное ее значение обычно соответствует мертвым точкам механизма или другим, где аппроксимация сил и ускорений дает наиболее значительные ошибки. Если относительная ошибка лежит в пределах 3...5 %, то можно считать полученное решение достоверным. При более значительной относительной ошибке необходимо исправить алгоритм расчета или проверить исходные данные, взятые из предыдущих расчетов на установившемся или неустановившемся режимах работы. Однако чем больше величина относительной ошибки, тем легче обычно ее найти и исправить.

При поиске относительной ошибки следует обратить внимание на характер изменения ошибки по углу поворота, на алгоритм сложения сил от разных цилиндров и на используемое правило

сил. В поршневых машинах принято принимать за положительное направление сил направление от поршня к центру вращения кри-вишипа, т. е. положительное направление силы соответствует избыточному давлению в цилиндре.

В приведенных в пособии расчетах и на картинах силового нагружения механизма (см. рис. 5) можно увидеть только положительные направления сил, которые в отдельных положениях механизма могут не соответствовать физической картине нагружения. Действительные направления сил могут отличаться, так как они будут определяться знаками численных данных расчетов сил. Это естественные расхождения в направлениях сил при расчетах, выполненных численными методами на ЭВМ и графическими методами. Например, при использовании метода планов сил известные силы показываются не в положительном, а в действительном направлении. Следует помнить, что при расчете на ЭВМ разрабатывают алгоритм расчета и получают решение для цикла работы машины. Графическое решение может быть использовано для проверки решения на ЭВМ в отдельном положении механизма, например там, где возникла значительная ошибка.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

К защите первого листа (Динамическая модель машины)

1. С какой целью и какими методами были определены кинематические характеристики механизма в ходе выполнения первого листа? Какие функции были при этом определены?
2. Расскажите об определении кинематических передаточных функций с помощью MathCAD (на примере Вашего рычажного механизма). Какие уравнения использованы для определения положений звеньев и точек?
3. Дайте анализ сил, действующих на звенья Вашего механизма. Какие из этих сил являются движущими, а какие относятся к . силам сопротивления? Дайте необходимые пояснения.
4. Расскажите о переходе от реального механизма к его динамической модели, которая была использована при анализе движения механизма. Какие параметры характеризуют динамическую модель и от каких переменных они зависят?
5. Расскажите о приведенном суммарном моменте сил, примененном к динамической модели. Дайте характеристику всех составляющих суммарного приведенного момента в Вашем случае и приведите уравнения, которые были использованы Вами при расчетах.
6. Расскажите о приведенном моменте инерции динамической модели и охарактеризуйте все его составляющие в Вашем случае. Приведите уравнения, которые были использованы Вами при расчете приведенного момента инерции.
7. Расскажите о режиме движения Вашего механизма. Какие условия необходимы для обеспечения заданного режима движения? Как они были обеспечены при выполнении расчетов?
8. Расскажите, какие условия необходимы для обеспечения установленвшегося режима движения? Как они были обеспечены Вами в ходе выполнения расчетов?

9. Расскажите о коэффициенте неравномерности движения механизма. Какие параметры машины оказывают влияние на коэффициент неравномерности движения?
10. Каковы основные причины, вызывающие изменение угловой скорости входного звена в установившемся режиме движения? Каким образом можно уменьшить колебания угловой скорости в установившемся режиме? От каких параметров это зависит при заданных размерах звеньев механизма?
11. Как определялась продолжительность кинематического цикла при установившемся режиме движения механизма?
12. Расскажите, какие условия необходимы для обеспечения неустановившегося режима движения разгона? Как они были обеспечены Вами в ходе выполнения расчетов?
13. Расскажите об определении угловой скорости и углового ускорения динамической модели в неустановившемся режиме движения.
14. Как оценить влияние силы тяжести звеньев механизма на изменение угловой скорости входного звена?
15. Объясните назначение и роль маховика при движении механизма. От каких переменных и постоянных параметров зависит необходимый момент инерции маховика?
16. Расскажите об определении скоростей точек механизма при динамическом расчете. Покажите и проанализируйте соответствующие уравнения, использованные при определении аналогов скоростей. Как определялись величины и направления угловых скоростей звеньев?
17. Расскажите о способах проектирования механизма, использованных Вами при работе над проектом. Расскажите об особенностях рабочего процесса машины и свяжите их с диаграммой сил или давлений.
18. Расскажите об особенностях динамической модели машины. Укажите диаграммы, характеризующие ее параметры. Расскажите об особенностях определения параметров динамической модели машины и принципах, положенных в основу их определения. Укажите, как изменяются параметры динамической модели спроектированной машины при изменении средней скорости вращения вала вдвое и при неизменности остальных параметров. Укажите,

чем определяется значение средней скорости вращения вала на установившемся режиме.

19. Укажите движущие силы и силы сопротивления в проектируемой машине. Как использовано условие установившегося режима работы при определении средней мощности двигателя?

20. Назовите источники, вызывающие колебания скорости в машине. Укажите роль маховика в машине и выбор места его установки. Покажите диаграмму скоростей вала 1 машины и укажите на ней участки, где маховик запасает кинетическую энергию.

К защите второго листа (Определение усилий в кинематических парах)

1. Расскажите о силовом расчете механизма. Какие задачи решены в ходе силового расчета Вашего механизма? На чем основан используемый метод расчета?

2. Для чего необходим структурный анализ и кинематический анализ механизма при выполнении силового расчета? Какие кинематические характеристики Вашего механизма необходимы для выполнения силового расчета?

3. Расскажите об определении ускорений точек механизма при силовом расчете. Покажите и проанализируйте соответствующие уравнения. Как определялись величины и направления угловых ускорений звеньев?

4. Расскажите, как определялись величины и направления главных векторов и главных моментов сил инерции звеньев механизма в ходе Ваших расчетов. Как меняются силы инерции при изменении направления и величины угловой скорости звена 1?

5. Расскажите, в какой последовательности выполнялся Вами силовой расчет механизма. Как было использовано условие статической определимости при выполнении силового расчета?

6. Оцените степень влияния углового ускорения начального звена на величину реакций в кинематических парах механизма.

7. Сравните диаграмму момента тангенциальной силы, приложенной к начальному звену со стороны шатуна, с диаграммами приведенных моментов сил, приложенных к поршню. Чем объясняется различие в ходе этих диаграмм?

8. Оцените степень влияния сил тяжести на величину реакций в кинематических парах механизма.

9. Оцените степень влияния сил инерции на величину реакций в кинематических парах механизма.

10. Оцените ошибку динамического расчета реакций в кинематических парах механизма. Чем Вы можете объяснить ее и как можно ее уменьшить?

11. Как изменится сила действия стойки на звено 3 и силы действия звена 2 на звено 1 при увеличении длины шатуна 2 вдвое и при неизменных средней скорости вращения вала 1 и остальных параметрах?

12. Как изменятся силы действия со стороны стойки на звено 3 и силы действия звена 2 на звено 1 при увеличении вдвое средней скорости вращения вала 1 и при неизменных остальных параметрах спроектированной машины?

13. Как изменится угловое ускорение вала 1 при отсутствии постоянного за цикл крутящего момента на валу 1 и при неизменных остальных силах и геометрических параметрах механизма?

14. Как изменится сила действия со стороны стойки на звено 3 и силы действия звена 2 на звено 1 при изменении направления вращения кривошипа 1 и при неизменных средней скорости вращения вала 1 и остальных параметрах спроектированной машины?

15. Как изменятся реакции в кинематических парах механизма при снижении скорости вращения кривошипа 1 до нуля и при неизменных остальных параметрах спроектированной машины?

16. Как изменится сила действия со стороны стойки на звено 3 и силы действия звена 2 на звено 1 при снижении скорости вращения кривошипа 1 до нуля и при неизменных остальных параметрах спроектированной машины?

17. Нарисуйте схему нагрузки и приведите расчет сил и моментов сил, действующих в заданном положении механизма на фундамент со стороны стойки.

18. Нарисуйте схему и рассчитайте силы, действующие в заданном положении механизма на стойку механизма (исключая силы со стороны фундамента).

19. Оцените влияние момента инерции маховика на усилия в кинематических парах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поршневые машины: Сборник заданий для курсового проекта по курсу «Теория механизмов» / В.В. Каганова, Ю.Т. Каганов, Д.И. Леонов, Б.И. Плужников, И.Н. Чернышева; Под ред. И.В. Леонова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 80 с.
2. Фролов К.В. Современные проблемы теории машин и механизмов // Тр. МВТУ. 1984. № 408. С. 2–8.
3. Механика машин: Учеб. пособие для втузов / И.И. Вульфсон, М.Л. Ерихов, М.З. Колдовский и др.; Под ред. Г.А. Смирнова. М.: Высш. шк., 1996. 511 с.
4. Иосилевич Г.Б., Строганов Г.Б., Маслов Г.С. Прикладная механика: Учебник для втузов / Под ред. Г.Б. Иосилевича. М.: Высш. шк., 1989. 351 с.
5. Попов С.А., Тимофеев Г.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: Учеб. пособие / Под ред. К.В. Фролова. М.: Высш. шк., 1999. 356 с.
6. Леонов И.В. Динамика машинного агрегата при неустановившихся режимах движения: Учеб. пособие по курсу «Основы проектирования машин». М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1990. 62 с.
7. Двигатели внутреннего сгорания. Системы поршневых и комбинированных двигателей: Учебник для вузов / С.И. Ефимов, Н.А. Иващенко, В.И. Ивин и др.; Под общ. ред. М. Г. Круглова. М.: Машиностроение, 1985. 456 с.
8. Поршневые компрессоры: Учеб. пособие для студентов вузов. / Б.С. Фотин, И.Б. Пирумов, П.И. Пластилин и др. Л.: Машиностроение, 1987. 372 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
1. Применение системы MathCAD в кинематике механизмов	5
2. Применение системы MathCAD в динамике машин	15
2.1. Расчеты динамической модели машины.....	16
2.2. Расчеты закона движения в установившемся режиме	24
2.3. Расчеты закона движения в неустановившемся режиме...	29
2.4. Определение усилий в кинематических парах механизма	33
Вопросы для подготовки к защите курсовой работы	40
Список литературы	44